CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
Algebra n.1
Anno Accademico 2017/18

Appello del 9 novembre 2018

1. Siano date in S_{16} le permutazioni

$$\begin{aligned} \sigma &= (1,2,3,4)(5,6,7,8,9)(10,11,12,13), \\ \tau &= (1,3)(2,4)(10,12)(11,13)(14,15,16). \end{aligned}$$

(a) Determinare $\langle\sigma\rangle \cap \langle\tau\rangle$.
(b) Determinare un sottogruppo ciclico di S_{16} a cui appartengano σ e τ.
(c) Dimostrare che esistono almeno 240 elementi di S_{16} che commutano con entrambi σ e τ.

2. Sia n un intero, e sia $N = n^6 + n^5 - n^4 - n^3 + n + 1$. Determinare, al variare di *n,*

(a) $\mathrm{MCD}(N, 2n^7)$;
(b) $\mathrm{MCD}(N, n^2 - 1)$.

3.

(a) Provare che $f(x) = x^9 - x^6 - x^4 - x^3 + x + \overline{1} \in \mathbb{Z}_{601}[x]$ possiede in $\mathbb{Z}_{601}$ almeno tre radici distinte.
(b) Determinare un primo $p > 2$ tale che la riduzione modulo p di $g(x) = x^{3333} - 1$ abbia in $\mathbb{Z}_p$ radice $[5]_p$.