

Prova scritta di **Geometria 2**
4 Settembre 2023

Esercizio 1. Siano U e V due sottospazi di \mathbb{R}^n , $n \geq 2$, tali che:

$$\mathbb{R}^n = U \oplus V,$$

e sia \cdot il prodotto scalare standard su \mathbb{R}^n .

a) Verificare che l'applicazione $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$g(u + v, u' + v') := u \cdot u' + v \cdot v'$$

per ogni $u, u' \in U$, $v, v' \in V$, è un prodotto scalare.

b) Mostrare che $V = U^\perp$, dove il complemento ortogonale è inteso rispetto a g .

c) Nel caso in cui $n = 4$, e

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-t = 0, y+z+t = 0\}, V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x+y+z = 0, t = 0\},$$

determinare una base ortonormale di (\mathbb{R}^4, g) .

Esercizio 2.

Esercizio 3.