

Prova scritta di **Geometria 2**  
4 Settembre 2023

**Esercizio 1.** Siano  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 2$ , tali che:

$$\mathbb{R}^n = U \oplus V,$$

e sia  $\cdot$  il prodotto scalare standard su  $\mathbb{R}^n$ .

- a) Verificare che l'applicazione  $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  definita ponendo

$$g(u + v, u' + v') := u \cdot u' + v \cdot v'$$

per ogni  $u, u' \in U$ ,  $v, v' \in V$ , è un prodotto scalare.

- b) Mostrare che  $V = U^\perp$ , dove il complemento ortogonale è inteso rispetto a  $g$ .

- c) Nel caso in cui  $n = 4$ , e

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y-t=0, y+z+t=0\}, \quad V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x+y+z=0, t=0\},$$

determinare una base ortonormale di  $(\mathbb{R}^4, g)$ .

**Esercizio 2.**

**Esercizio 3.**