

Esercizio 11.17

Svolgimento:

(i) \Rightarrow (ii) segue dal Lemma di Bézout in $K[X]$.

(ii) \Rightarrow (iii) Ogni divisore comune di $a(X)$ e $b(X)$ divide la loro combinazione lineare $s(X)a(X) + t(X)b(X)$, ossia il polinomio costante 1. Ma nessun polinomio primo lo divide. Dunque $a(X)$ e $b(X)$ non hanno fattori primi in comune.

(iii) \Rightarrow (i) Ogni fattore primo di $\text{MCD}(a(X), b(X))$ divide entrambi $a(X)$ e $b(X)$. In assenza di fattori primi comuni ad $a(X)$ e $b(X)$, si deve dunque concludere che $\text{MCD}(a(X), b(X))$ non ha fattori primi, ossia è 1.