Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. Ingegneria Elettronica-N.O.)
I Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Sia A una matrice triangolare inferiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione in avanti:

$$\begin{cases} x_1 &= \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = 2, \ldots, n. \end{cases}$$

2. Sia A una matrice triangolare superiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione all'indietro:

$$\begin{cases} x_n &= \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = n-1, \ldots, 1. \end{cases}$$

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i \neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice

$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1} \dots (L^{(n-1)})^{-1}$$

   è triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1.

2. Descrivere la tecnica di Crout per il calcolo della fattorizzazione LU di una matrice quadrata A.

3. Descrivere il metodo delle successive bisezioni e spiegare in breve i motivi della sua convergenza. Elencare vantaggi e svantaggi del metodo.

4. Derivare l'espressione del $k-$esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Sia A una matrice triangolare superiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione all'indietro:

$$\begin{cases} x_n & = \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ \\ x_i & = \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j}{a_{ii}} \qquad i = n-1, \ldots, 1. \end{cases}$$

2. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n$$

e

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} b_k^{(k)} \qquad i = k+1, \ldots, n$$

scrivere le istruzioni MatLab per passare dalla matrice $A^{(k)}$ alla matrice $A^{(k+1)}$, e dal vettore $\mathbf{b}^{(k)}$ a $\mathbf{b}^{(k+1)}$.

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)$$

e dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L della fattorizzazione LU della matrice A.

2. Descrivere la tecnica di Crout per il calcolo della fattorizzazione LU di una matrice quadrata A.

3. Derivare la formula dei Trapezi composta.

4. Derivare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. Ingegneria Informatica [Corso A-L])
I Appello di Luglio 2002
Traccia A

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Descrivere sommariamente le istruzioni MatLab per l'applicazione della strategia di pivoting parziale al metodo di eliminazione di Gauss.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

   essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

3. Sia A una matrice triangolare inferiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione in avanti:

$$\begin{cases} x_1 & = \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ \\ x_i & = \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = 2, \ldots, n. \end{cases}$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L della fattorizzazione LU della matrice A.

2. Descrivere le strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss ed elencare l'utilità delle stesse.

3. Ricavare l'espressione del polinomio interpolante di Lagrange.

4. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. Ingegneria Informatica [Corso A-L])
I Appello di Luglio 2002
Traccia B

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Descrivere sommariamente le istruzioni MatLab per l'applicazione della strategia di pivoting parziale al metodo di eliminazione di Gauss.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i \neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

   essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

3. Sia A una matrice triangolare inferiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione in avanti:

$$\begin{cases} x_1 &= \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = 2, \ldots, n. \end{cases}$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare superiore U della fattorizzazione LU della matrice A.

2. Descrivere le strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss ed elencare l'utilità delle stesse.

3. Ricavare l'espressione dell'errore nell'interpolazione di Lagrange.

4. Ricavare l'espressione della formula dei Trapezi composta.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. Ingegneria Informatica [Corso M-Z])
(C.d.L. Ingegneria dell'Automazione)
I Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n$$

e

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} b_k^{(k)} \qquad i = k+1, \ldots, n$$

scrivere le istruzioni MatLab per passare dalla matrice $A^{(k)}$ alla matrice $A^{(k+1)}$, e dal vettore $\mathbf{b}^{(k)}$ a $\mathbf{b}^{(k+1)}$.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

3. Sia A una matrice triangolare superiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione all'indietro:

$$\begin{cases} x_n &= \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = n-1, \ldots, 1. \end{cases}$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere la tecnica di Doolittle per il calcolo della fattorizzazione LU di una matrice quadrata A.

2. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare superiore U della fattorizzazione LU della matrice A.

3. Derivare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

4. Derivare la formula dei trapezi e l'espressione del resto.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
II Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n$$

   e

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} b_k^{(k)} \qquad i = k+1, \ldots, n$$

   scrivere le istruzioni MatLab per passare dalla matrice $A^{(k)}$ alla matrice $A^{(k+1)}$, e dal vettore $\mathbf{b}^{(k)}$ a $\mathbf{b}^{(k+1)}$.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2} \left(f(a) + f(b)\right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i),$$

   dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L della fattorizzazione LU della matrice A.

2. Derivare l'espressione del polinomio interpolante di Newton.

3. Derivare la formula dei trapezi e l'espressione del resto.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Sia A una matrice triangolare inferiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione in avanti:

$$\begin{cases} x_1 &= \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = 2, \ldots, n. \end{cases}$$

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Spiegare perchè se una matrice A ha tutti i minori principali diversi da zero esistono una matrice triangolare inferiore L con elementi diagonali uguali a 1 e una matrice triangolare superiore U tale che $A = LU$.

2. Descrivere il metodo delle successive bisezioni e spiegare in breve i motivi della sua convergenza. Elencare vantaggi e svantaggi del metodo e almeno un possibile criterio di arresto.

3. Derivare l'espressione del polinomio interpolante di Newton.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso A-L])
II Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n, \;\; k = 1, \ldots, n-1$$

   scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere le tecniche di Crout e di Doolittle per il calcolo della fattorizzazione LU di una matrice quadrata A.

2. Descrivere il metodo di Newton-Raphson per approssimare la radice di un'equazione non lineare $f(x) = 0$ e spiegare perchè se la radice α è semplice il metodo ha ordine di convergenza uguale a 2.

3. Derivare la formula dei trapezi e l'espressione del resto.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
II Appello di Luglio 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n, \; k = 1, \ldots, n-1$$

   scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice

$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1} \dots (L^{(n-1)})^{-1}$$

   è triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1.

2. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \dots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

3. Descrivere il metodo delle secanti a due punti evidenziando vantaggi e svantaggi rispetto al metodo di Newton-Raphson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
I Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Spiegare perchè se una matrice A ha tutti i minori principali diversi da zero esistono una matrice triangolare inferiore L con elementi diagonali uguali a 1 e una matrice triangolare superiore U tale che $A = LU$.

2. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \ldots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

3. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \dots, n, \;\; k = 1, \dots, n-1$$

scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2} \left(f(a) + f(b) \right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i),$$

dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere il metodo delle secanti a due punti evidenziando vantaggi e svantaggi rispetto al metodo di Newton-Raphson.

2. Definire il grado di precisione di una formula di quadratura e dire qual è il grado della seguente formula:

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(c) + \kappa f''(\xi)$$

   dove c è il punto medio dell'intervallo $[a, b]$ e κ è una costante diversa da zero. Motivare la risposta.

3. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \ldots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso A-L])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
I Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Descrivere sommariamente le istruzioni MatLab per l'applicazione della strategia di pivoting parziale al metodo di eliminazione di Gauss.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + h\sum_{i=1}^{N-1} f(x_i),$$

dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Spiegare perchè se una matrice A ha tutti i minori principali diversi da zero esistono una matrice triangolare inferiore L con elementi diagonali uguali a 1 e una matrice triangolare superiore U tale che $A = LU$.

2. Ricavare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

3. Definire il grado di precisione di una formula di quadratura e dire qual è il grado della seguente formula:

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(c) + \kappa f''(\xi)$$

dove c è il punto medio dell'intervallo $[a, b]$ e κ è una costante diversa da zero. Motivare la risposta.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
II Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n, \;\; k = 1, \ldots, n-1$$

   scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo di Newton-Raphson, ricordando che la formula è la seguente:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice

$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1} \dots (L^{(n-1)})^{-1}$$

   è triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1.

2. Ricavare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

3. Descrivere il metodo delle secanti a due punti evidenziando vantaggi e svantaggi rispetto al metodo di Newton-Raphson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

2. Sia A una matrice triangolare inferiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione in avanti:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ \\ x_i = \dfrac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}} \qquad i = 2, \ldots, n-1. \end{cases}$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere il metodo delle secanti a due punti evidenziando vantaggi e svantaggi rispetto al metodo di Newton-Raphson.

2. Derivare le formule esplicite degli elementi delle matrici triangolari L ed U nella fattorizzazione LU della matrice A.

3. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \ldots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso A-L])
II Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n$$

   e

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} b_k^{(k)} \qquad i = k+1, \ldots, n$$

   scrivere le istruzioni MatLab per passare dalla matrice $A^{(k)}$ alla matrice $A^{(k+1)}$, e dal vettore $\mathbf{b}^{(k)}$ a $\mathbf{b}^{(k+1)}$.

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i),$$

   dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Spiegare perchè se una matrice A ha tutti i minori principali diversi da zero esistono una matrice triangolare inferiore L con elementi diagonali uguali a 1 e una matrice triangolare superiore U tale che $A = LU$.

2. Descrivere il metodo delle successive bisezioni.

3. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [Corso M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
II Appello di Settembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Sia A una matrice triangolare superiore e $\mathbf{b}$ un vettore colonna di n elementi. Descrivere le istruzioni MatLab per calcolare il vettore $\mathbf{x}$ soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ utilizzando il metodo di sostituzione all'indietro:

$$\begin{cases} x_n &= \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ \\ x_i &= \dfrac{b_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j}{a_{ii}} \qquad i = n-1, \ldots, 1. \end{cases}$$

2. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice

$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1}\dots(L^{(n-1)})^{-1}$$

   è triangolare inferiore e ha elementi diagonali uguali a 1.

2. Ricavare l'espressione del polinomio interpolante di Newton.

3. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [A-L e M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
Appello di Ottobre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i,j = k+1,\ldots,n,\ \ k = 1,\ldots,n-1$$

scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo di Newton-Raphson, ricordando che la formula è la seguente:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0,1,2,\ldots.$$

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i\neq k}^{n} \frac{z-x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice

$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1} \dots (L^{(n-1)})^{-1}$$

è triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1.

2. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \dots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

3. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [A-L e M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
Appello di Dicembre 2002

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Assegnato il vettore dei nodi `x` e il vettore delle ordinate `y`, entrambi di ordine n, scrivere le istruzioni per calcolare le differenze divise di ordine uno, ricordando la definizione:

$$f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)$$

e dove $h = (b-a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere il metodo di sostituzione all'indietro per la risoluzione di sistemi triangolari superiori.

2. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L (o della matrice triangolare superiore U) nella fattorizzazione LU della matrice A.

3. Ricavare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [A-L e M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
I Appello di Febbraio 2003

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \ldots, n, \;\; k = 1, \ldots, n-1$$

scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo di Newton-Raphson, ricordando che la formula è la seguente:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Siano $L^{(1)}, L^{(2)}, \dots L^{(n-1)}$, $n-1$ matrici elementari di Gauss, spiegare perchè la matrice
$$L = (L^{(1)})^{-1}(L^{(2)})^{-1} \dots (L^{(n-1)})^{-1}$$
è triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1.

2. Ricavare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

3. Scrivere la definizione di differenze divise di ordine k, con $k = 0, 1, \dots,$ e spiegare brevemente le loro applicazioni.

4. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [A-L e M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
Appello di Marzo 2003

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Assegnato il vettore dei nodi `x` e il vettore delle ordinate `y`, entrambi di ordine n, scrivere le istruzioni per calcolare le differenze divise di ordine uno, ricordando la definizione:

$$f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la formula dei trapezi composta applicata ad una assegnata funzione `f`, ricordando che

$$R_T = \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)$$

e dove $h = (b - a)/N$.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Descrivere il metodo di sostituzione all'indietro per la risoluzione di sistemi triangolari superiori.

2. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L (o della matrice triangolare superiore U) nella fattorizzazione LU della matrice A.

3. Ricavare l'espressione dell'errore del polinomio interpolante di Lagrange.

Esame Scritto di Calcolo Numerico
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Elettronica)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria Informatica [A-L e M-Z])
(C.d.L. di I Livello in Ingegneria dell'Automazione)
Appello di Aprile 2003

Svolgere, a scelta, uno dei seguenti quesiti:

1. Noto che le formule di trasformazione del metodo di Gauss per passare dal passo k al passo $k+1$ sono le seguenti

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} a_{kj}^{(k)} \qquad i, j = k+1, \dots, n, \; k = 1, \dots, n-1$$

   scrivere le istruzioni MatLab per calcolare la matrice triangolare superiore $A^{(n)}$ e successivamente il determinante di A che è pari a:

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}^{(i)}.$$

2. Descrivere sommariamente l'implementazione in MatLab del metodo delle successive bisezioni.

3. Scrivere le istruzioni MatLab per calcolare il valore del polinomio interpolante di Lagrange in un assegnato punto z:

$$L_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{i=1, i \neq k}^{n} \frac{z - x_i}{x_k - x_i} \right) y_k$$

   essendo noto che i nodi sono memorizzati nel vettore `x` e i valori della funzione f nel vettore `y`.

Svolgere, a scelta, due dei seguenti quesiti:

1. Derivare le formule esplicite degli elementi della matrice triangolare inferiore L (o della matrice triangolare superiore U) nella fattorizzazione LU della matrice A.

2. Descrivere dettagliatamente il metodo delle successive bisezioni per l'approssimazione di una radice di una funzione non lineare.

3. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.