

Syllabus per la prova scritta di Algebra n. 1

Prerequisito per il superamento della prova scritta è saper svolgere i seguenti esercizi di base, suddivisi per ambiti tematici.

NUMERI COMPLESSI

- Effettuare operazioni aritmetiche tra numeri complessi.
- Calcolare inversi e moduli.
- Determinare le radici n -esime di un numero complesso.

NUMERI INTERI

- Effettuare la divisione euclidea tra interi.
- Determinare un massimo comune divisore di due interi.
- Fattorizzare un intero.
- Determinare identità di Bézout.
- Risolvere congruenze lineari.
- Risolvere sistemi di congruenze lineari con il Teorema Cinese del Resto.

MATRICI

- Effettuare somme e prodotti di matrici.
- Riconoscere matrici invertibili e determinare le matrici inverse.

STRUTTURE ALGEBRICHE

- Riconoscere strutture (gruppo, anello, campo, prodotto diretto).
- Riconoscere sottostrutture (sottogruppo, sottoanello, sottocampo).
- Riconoscere omomorfismi, determinarne il nucleo e l'immagine, stabilirne l'iniettività e suriettività; riconoscere isomorfismi.
- Riconoscere proprietà (gruppo abeliano, gruppo ciclico, anello commutativo, anello unitario, anello integro).
- Determinare, degli elementi
 - di un gruppo: multipli e potenze, periodicità e periodo;
 - di un anello: invertibilità e inversi.

POLINOMI A COEFFICIENTI IN UN CAMPO

- Riconoscere radici.
- Riconoscere polinomi irriducibili e determinare fattorizzazioni di polinomi mediante:
 - il Teorema di Ruffini ed i suoi corollari (in $K[X]$);
 - il criterio di Eisenstein e la riduzione modulo p (in $\mathbb{Q}[X]$);
 - la classificazione dei polinomi irriducibili (in $\mathbb{R}[X], \mathbb{C}[X]$).

ANELLI $K[X]/(f(X))$

- Determinare cardinalità ed elementi quando K è un campo finito.
- Stabilire quando l'anello è un campo.
- Determinare invertibilità ed inversi degli elementi dell'anello.

PERMUTAZIONI

- Decomporre una permutazione in cicli disgiunti.
- Determinare il periodo di una permutazione.
- Determinare se una permutazione è pari o dispari.
- Calcolare potenze ed inverso di una permutazione.

