

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2008/09

Appello del 14 settembre 2009

1. Si consideri la seguente permutazione:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 4 & 11 & 10 & 12 & 3 & 8 & 5 & 7 & 1 & 6 & 2 & 9 \end{pmatrix} \in S_{12}.$$

- (a) Dire se σ è pari o dispari.
- (b) Determinare il periodo di σ .
- (c) Determinare tutti gli elementi di $\langle \sigma^3 \rangle \cap A_{12}$.

2. Si consideri l'applicazione

$$\begin{aligned} \varphi: \mathbb{Z}_{12} &\rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6 \\ [a]_{12} &\mapsto ([a]_2, [4a]_6) \end{aligned}$$

- (a) Dire se φ è un omomorfismo di anelli.
- (b) Dire se φ è surgettiva.

3. Dato il polinomio $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x + 10 \in \mathbb{Z}[x]$,

- (a) dire se $f(x)$ è irriducibile in $\mathbb{Q}[x]$;
- (b) dire se la sua riduzione $\overline{f(x)}$ modulo 7 è irriducibile in $\mathbb{Z}_7[x]$.