

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2016/17

Appello del 21 giugno 2017

1. Sia data la seguente permutazione di S_{13} :

$$\sigma = (1, 2, 3, 4)(5, 6, 7, 8).$$

- (a) Determinare tutte le strutture cicliche delle permutazioni α di S_{13} tali che $\alpha^6 = \sigma$.
- (b) Dimostrare che σ non appartiene ad alcun sottogruppo ciclico di S_{13} avente ordine 60.
- (c) Determinare un sottogruppo di S_{13} di ordine 1920 a cui appartiene σ .

2. Sia n un intero e si ponga $N = n^3 + 3n^2 - 4n$.

- (a) Determinare tutti i valori di n per i quali $N \equiv 0 \pmod{150}$.
- (b) Determinare tutti i valori di n per i quali $N \equiv 6 \pmod{150}$.
- (c) Determinare, al variare di n in \mathbb{N}^* , la cifra delle unità della rappresentazione decimale di $n^{103} - n^{86} + 4n^{18} + 798656n$.

3. Sia p un numero primo maggiore di 2. Provare che $f(x) = x^{p^2} - x^p + x^2 - \bar{1} \in \mathbb{Z}_p[x]$ non ha radici multiple in \mathbb{Z}_p .