

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2016/17

Appello del 20 aprile 2017

1. Sia data, in S_{12} , la permutazione $\sigma = (1, 2, 3, 4)(5, 6, 7, 8, 9)(10, 11, 12)$, e sia $H = \langle \sigma \rangle$.
 - (a) Determinare la cardinalità dell'insieme $S = \{ \alpha \in H \mid \alpha^2(1) = \alpha^3(2) \}$.
 - (b) Dire se l'insieme $T = \{ \alpha \in H \mid \alpha^2(1) = \alpha^4(1) \}$ è un sottogruppo di S_{12} .
 - (c) Provare che H è l'unico sottogruppo ciclico di S_{12} a cui appartenga σ .

2. Sia n un intero. Determinare, al variare di n in \mathbb{Z} , $\text{MCD}(n-1, n+3)$.

3. Sia $f(x) = x^8 - 2x^7 + x^6 + 77x^4 - 154x^3 + 44x^2 + 66x - 33 \in \mathbb{Z}[x]$.
 - (a) Determinare una fattorizzazione di $f(x)$ in $\mathbb{Q}[x]$.
 - (b) Determinare una fattorizzazione in $\mathbb{Z}_2[x]$ della riduzione di $f(x)$ modulo 2.
 - (c) Determinare una fattorizzazione in $\mathbb{Z}_3[x]$ della riduzione di $f(x)$ modulo 3.