

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2014/15

Appello del 12 gennaio 2015

1. Siano $H = \{\sigma \in S_9 \mid \sigma^4(1) \neq \sigma(1)\}$, $K = \{\sigma \in S_9 \mid \sigma^{13}(1) = \sigma^{20}(1)\}$.

- (a) Determinare la cardinalità di H .
- (b) Determinare la cardinalità di K .
- (c) Determinare un sottogruppo di S_9 avente ordine 14 e contenuto in K .

2. Sia n un intero maggiore di 1. Si consideri l'applicazione

$$\varphi: \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_{2n} \times \mathbb{Z}_{n^2}$$

tale che, per ogni $a \in \mathbb{Z}$, $\varphi([a]_4) = ([3a]_{2n}, [9a]_{n^2})$.

- (a) Determinare tutti gli n per i quali φ è un'applicazione ben definita.
- (b) Determinare tutti gli n per i quali φ è un omomorfismo di anelli.

3.

(a) Determinare una fattorizzazione in $\mathbb{Q}[x]$ del polinomio

$$f(x) = 3x^5 + x^4 - 2x^3 + 3x - 2.$$

(b) Determinare una fattorizzazione in $\mathbb{Q}[x]$ del polinomio

$$g(x) = 3x^5 + 28x^4 - 20x^3 + 6x^2 + 14x - 12.$$