

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2013/14

Appello del 2 luglio 2014

1. Nel gruppo S_8

- (a) determinare il numero delle permutazioni pari di periodo 2;
- (b) determinare il numero delle permutazioni dispari il cui periodo è multiplo di 4.

2. Sia n un numero intero non divisibile né per 3 né per 5.

- (a) Determinare tutti i valori di n per i quali $n^5 - n^3$ è divisibile per 15.
- (b) Trovare infiniti valori di n per i quali $n^{10} - n^6$ è divisibile per 225.

3. Sia a un numero intero. Sia $f(x) = x^3 - x + a \in \mathbb{Z}[x]$.

- (a) Provare che esistono infiniti a per i quali $f(x)$ è irriducibile in $\mathbb{Q}[x]$.
- (b) Caratterizzare gli a per i quali $f(x)$ è riducibile in $\mathbb{Q}[x]$.
- (c) Determinare infiniti a divisibili per 5 per i quali $f(x)$ è riducibile in $\mathbb{Q}[x]$.