

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2008/09

Appello del 2 febbraio 2009

TRACCIA B

1. Si consideri la seguente permutazione:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 7 & 6 & 8 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \in S_8.$$

- (a) Determinare la decomposizione di σ in cicli disgiunti.
- (b) Dire se σ è pari o dispari.
- (c) Determinare il periodo di σ .
- (d) Determinare $\langle \sigma \rangle \cap A_8$.

2. Si consideri l'applicazione

$$\varphi: \mathbb{Z}_{84}[x] \rightarrow \mathbb{Z}_{21}$$

definita da

$$\varphi\left(\sum_{i=0}^n [a_i]_{84} x^i\right) = [7a_0]_{21}.$$

- (a) Provare che φ è un omomorfismo di anelli.
- (b) Dire se φ è surgettivo.
- (c) Determinare il nucleo $\text{Ker } \varphi$.

3. Dire se il polinomio $f(x) = x^4 + \bar{2}x^2 + \bar{2} \in \mathbb{Z}_3[x]$ è irriducibile.