

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2010/11

Appello del 1° giugno 2011

1. Date le permutazioni

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 8 & 5 & 13 & 15 & 11 & 16 & 6 & 3 & 18 & 7 & 9 & 17 & 12 & 10 & 14 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_{18},$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 17 & 5 & 8 & 6 & 11 & 10 & 14 & 1 & 18 & 15 & 9 & 13 & 3 & 4 & 16 & 7 & 12 & 2 \end{pmatrix} \in S_{18},$$

- (a) provare che $\sigma \in \langle \tau \rangle$;
- (b) trovare un intero n tale che $\sigma = \tau^n$;
- (c) dire se $\langle \sigma \rangle = \langle \tau \rangle$.

2.

- (a) Al variare di k in \mathbb{N} , determinare l'ultima cifra decimale (cifra delle unità) del numero $2^{2^k} + 6$.
- (b) Dimostrare che $2^{48950} + 32$ è divisibile per 66.
- (c) Dimostrare che $2^{48950} + 32$ non è divisibile per 5.

3. Provare che il polinomio $f(x) = 42x^3 + 50x^2 + 1001x + 99 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile in $\mathbb{Q}[x]$.