Curriculum di
Giuseppe Maria Coclite

Indice

Indirizzo e Affiliazione:
Dr. Giuseppe Maria Coclite
Dipartimento di Matematica - Università di Bari
Via E. Orabona 4, 70125, Bari
tel.: +39-0805442663, fax: +39-0805443610
e-mail: coclitegm@dm.uniba.it
URL: http://www.dm.uniba.it/Members/coclitegm

1. Studi e Vita

Nato a Bari il 31-7-1977, si è diplomato nell'anno scolastico 1994/95 presso il Liceo Scientifico Statale "E. Fermi" di Bari con votazione 58/60. Il 16-12-1999 ha conseguito la laurea in Matematica, presso l'Università degli Studi di Bari, discutendo con i Professori D. Fortunato e M. Lazzo una tesi su "Metodi Variazionali Applicati allo Studio delle Equazioni di Schrödinger-Maxwell", riportando la votazione 110/110 con lode.

Nel corso dei suoi studi universitari ha sostenuto, oltre agli esami previsti dal piano di studi ufficiale, gli esami: "Isituzioni di Fisica Teorica" tenuto dal Prof. F. Selleri, "Geometria Differenziale (I modulo)" tenuto dal Prof. B. C. Casciaro, "Meccanica Superiore" tenuto dal Prof. A. Labianca, "Calcolo delle Probabilità" tenuto dal Prof. Y. G. Lu.

Nell'anno accademico 1999/2000 ha frequentato i corsi del Settore Analisi Funzionale e Applicazioni presso la S.I.S.S.A. usufruendo di una borsa di studio interinale. Ha sostenuto gli esami relativi ai corsi "Teoria dei Punti Critici e applicazioni alle Equazioni Ellittiche" tenuto dal Prof. A. Ambrosetti, "Analisi Funzionale in Spazi di Banach Ordinati" tenuto dal Prof. G. Vidossich, "Leggi di Conservazione Iperboliche" tenuto dal Prof. A. Bressan, "Topics in Calculus of Variations" tenuto dal Prof. A. Braides.

Nell'anno accademico 2000/2001 ha superato il concorso di ammissione al Ph.D. del settore Analisi Funzionale e Applicazioni della S.I.S.S.A. di Trieste. Ha inoltre frequentato e sostenuto l'esame relativo al corso "Introduzione ai Sistemi Dinamici" tenuto dal Prof. G. Vidossich.

Dall'anno accademico 2000/2001 al 2002/2003 è stato studente di Ph.D. del Settore Analisi Funzionale e Applicazioni presso la S.I.S.S.A. Il 29-10-2003 ha ottenuto il titolo di Doctor Philosophiae in Matematica discutendo con il Professor A. Bressan e controrelatore il Professor J.-M. Coron una tesi su "Control Problems for Systems of Conservation Laws".

Dall'11 Novembre 2003 al 31 Dicembre 2004 è stato postdoc presso il Centre of Mathematics for Applications (C.M.A., Oslo, Norvegia).

Dal 1 Gennaio 2005 è ricercatore nel settore scientifico disciplinare MAT/05 (Analisi Matematica) presso la Facoltà di Scienze MM. FF. NN. dell'Università degli Studi di Bari.

Ha ottenuto l'idoneità a Professore di II fascia (Professore Associato) del settore disciplinare MAT/05 (Analisi Matematica) in una Valutazione Comparativa presso l'Università degli Studi di Roma “La Sapienza” (Luglio 2010).

Dal 1 Gennaio 2006 è membro dell’Unione Matematica Italiana U.M.I.

L’articolo “G. M. Coclite and K. H. Karlsen, *On the well-posedness of the Degasperis-Procesi equation,* J. Funct. Anal. **233** (2006) no. 1, 60-91.” nel 2009 è tra i 10 articoli più citati tra quelli pubblicati negli ultimi 5 anni dal Journal of Functional Analysis.

Nel Marzo 2010 lo GNAMPA ha finanziato il sul progetto individuale “Sistemi di leggi di conservazione con sorgente non-locale singolare”.

2. Organizzazione Convegni

1. “Nonlinear PDEs: Theory, Numerics, and Applications” 26-27 Aprile 2004 Oslo (Norvegia).

2. “Camassa-Holm and other nonlinear dispersive equations” 7-8 Giugno 2004 Oslo (Norvegia).

3. “Mathematical Aspects of the Schroedinger Equation” 14 Giugno 2004 Oslo (Norvegia).

4. “IperBA09 - XIII Incontro Nazionale Problemi di Tipo Iperbolico”, Bari 11 - 13 Febbraio 2009.

5. “V International Meeting on Lorentzian Geometry (GeLoBa2009)”, Martina Franca (Taranto), 8 - 11 Luglio 2009.

Ha organizzato il minisimposio “Analysis of Nonlinear PDE in Wave Propagation Problems” nell’ambito del convegno “2008 SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures” 21-24 Luglio 2008 Roma.

3. Conferenze su Invito

1. Il 4-6-2003 ha tenuto una conferenza dal titolo “On the Exact Boundary Controllability of Linear Hyperbolic Systems” al convegno “Leggi di Conservazione Iperboliche: recenti risultati e prospettive di ricerca” Bologna 3-4 Giugno 2003.

2. Il 7-6-2004 ha tenuto una conferenza dal titolo “On the Wellposedness for a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation” al convegno “Camassa-Holm and other nonlinear dispersive equations” 7-8 Giugno 2004 Oslo (Norvegia).

3. Il 14-6-2004 ha tenuto una conferenza dal titolo “On the Coupled Maxwell - Schrödinger Equations” al convegno “Mathematical Aspects of the Schroedinger Equation” 14 Giugno 2004 Oslo (Norvegia).

4. Il 1-7-2004 ha tenuto una conferenza dal titolo “On the boundary control of first order hyperbolic equations” al convegno “Fourth World Congress of Nonlinear Analysts WCNA-2004” 30 Giugno-7 Luglio 2004 Orlando (Florida, U.S.A.).

5. Il 4-3-2005 ha tenuto una conferenza dal titolo “Singular Limits Problems for Shallow Water Equations” al convegno “Recent Advances in Nonlinear PDEs” 3-4 Marzo 2005 Oslo (Norvegia).

6. Il 2-6-2005 ha tenuto una conferenza dal titolo "Diffusive - Dispersive Limits for Shallow Water Equations" al convegno "Workshop on PDE and Harmonic Analysis" 1-3 Giugno 2005 Trondheim (Norvegia).

7. Il 14-6-2005 ha tenuto una conferenza dal titolo "On a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" al convegno "Fourth meeting on Hyperbolic Conservation Laws: Recent results and Research perspectives" 13-14 Giugno 2005 Trieste.

8. Il 3-7-2005 ha tenuto una conferenza dal titolo "On a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" al convegno "Joint Summer Research Conference on Control Methods in PDE-Dynamical Systems" 3-7 Luglio 2005 Snowbird (Utah, U.S.A.).

9. Il 27-6-2006 ha tenuto una conferenza dal titolo "Global Weak Solutions to a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" al convegno "AIMS' Sixth International Conference on Dyn. Systems, Diff. Equations and Applications" 25 - 28 Giugno 2006 Poitiers (Francia).

10. Il 7-6-2007 ha tenuto una conferenza dal titolo "Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation" al convegno "SPT 2007-Symmetry and Perturbation Theory" 2 - 9 Giugno 2007 Otranto (LE).

11. Il 26-9-2007 ha tenuto una conferenza dal titolo "Soluzioni discontinue per l'equazione di Degasperis-Procesi" al convegno "XVIII Congresso dell'Unione Matematica Italiana" 24-29 Settembre 2007 Bari.

12. Il 21-7-2008 ha tenuto una comunicazione dal titolo "Wellposedness of a Shallow Water Equation" al convegno "2008 SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures" 21-24 Luglio 2008 Roma.

13. Il 24-11-2008 ha tenuto una conferenza dal titolo "Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources" al convegno "Trent'anni di Analisi Matematica alla SISSA: il contributo degli ex allievi" 24-27 Novembre 2008 Trieste.

14. Il 2-7-2009 ha tenuto una conferenza dal titolo "Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources" al convegno "EEMMAS - Evolution Equations and Mathematical Models in the Applied Sciences" 29 Giugno 03 Luglio, 2009.

15. Il 28-1-2010 ha tenuto una conferenza dal titolo "Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources" al convegno "Conference on Control of PDE's" 25-29 Gennaio 2010 Marsiglia (Francia).

16. Il 16-6-2010 ha tenuto una conferenza dal titolo "The Degasperis-Procesi equation" al convegno "Thirteenth International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications" 14-19 Giugno 2010 Pechino (Cina).

17. Il 15-7-2011 ha tenuto una conferenza dal titolo "Vanishing viscosity on networks" al convegno "Evolution Equations and Operator Semigroups On the occasion of the 70th birthday of Jerry Goldstein and Rainer Nagel" 14-15 Luglio 2011, Bari.

18. Il 20-7-2011 ha tenuto una conferenza dal titolo "An optimal harvesting problem with measure valued solutions" al convegno "Ninth Meeting on Hyperbolic Conservation

Laws and Fluid Dynamics: Recent Results and Research Perspectives", Trieste, 18 - 22 Luglio, 2011.

4. Seminari

1. Su invito del Prof. R. M. Colombo il 5-12-2001 ha tenuto un seminario dal titolo "A Conservation Traffic Model on a Net" presso il Dipartimento di Matematica della Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Brescia.

2. Su invito del Prof. V. Georgiev il 25-1-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "A Mathematical Model of Traffic Flow on a Network" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Pisa.

3. Su invito del Prof. D. Fortunato il 3-7-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "Un modello fluidodinamico di traffico su reti stradali" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Bari.

4. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 18-10-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "An Introduction to Hyperbolic Conservation Laws" presso il Department of Mathematics de University of Oslo (Norvegia).

5. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 30-10-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws" presso il Department of Mathematics de University of Oslo (Norvegia).

6. Su invito del Prof. H. Holden il 12-11-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws" presso il Department of Mathematical Sciences de Norwegian University of Science and Technology (NTNU) in Trondheim (Norvegia).

7. Su invito del Prof. V. Georgiev il 13-12-2002 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Pisa.

8. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 21-5-2003 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Boundary Controllability of a Linear System of Hyperbolic Equations" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

9. Su invito del Prof. H. Holden il 26-5-2003 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Boundary Controllability of a Linear System of Hyperbolic Equations" presso il Department of Mathematical Sciences de Norwegian University of Science and Technology (NTNU) in Trondheim (Norvegia).

10. Su invito del Prof. K. H. Karlsen il 30-3-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "Solitary Waves for the Maxwell-Schrödinger Equations" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

11. Su invito del Prof. H. Holden il 14-5-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "Solitary Waves for the Maxwell-Schrödinger Equations" presso il Department of Mathematical

Sciences de Norwegian University of Science and Technology (NTNU) in Trondheim (Norvegia).

12. Su invito del Prof. A. Szepessy il 2-6-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "An Overview of Boundary Control Problems for Systems of Conservation Laws" presso il Department of Numerical Analysis and Computer Science de KTH - Royal Institute of Technology in Stoccolma (Svezia).

13. Su invito del Prof. A. Constantin il 22-7-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "On the Wellposedness for a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" presso il Centre for Mathematical Sciences de Lund University in Lund (Svezia).

14. Su invito del Prof. P. C. Moan il 11-11-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "Introduction to the Critical Point Theory" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

15. Su invito del Prof. P. C. Moan il 18-11-2004 ha tenuto un seminario dal titolo "Nonlinear Schrodinger Equation: the Critical Point Approach" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

16. Su invito del Prof. H. Karlsen il 08-09-2005 ha tenuto un seminario dal titolo "Hammerstein Integral Equation with Singular Nonlinear Term" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

17. Su invito del Prof. H. Kalisch il 22-09-2005 ha tenuto un seminario dal titolo "Global Weak Solutions to a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bergen (Norvegia).

18. Su invito del Prof. C. De Lellis il 27-10-2005 ha tenuto un seminario dal titolo "Global Weak Solutions to a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Zurigo (Svizzera).

19. Su invito del Prof. S. Albeverio il 12-1-2006 ha tenuto un seminario dal titolo "The Schrődinger - Maxwell system with Dirac mass" presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bonn (Germania).

20. Su invito del Prof. K. H. Karlsen il 11-5-2006 ha tenuto un seminario dal titolo "The Schrődinger - Maxwell system with Dirac mass" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

21. Su invito del Prof. J. A. Goldstein, il 8-2-2007 ha tenuto un seminario dal titolo "Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation" presso il Dipartment of Mathematical Sciences de University of Memphis in Memphis (Tennessee, U.S.A.).

22. Su invito del Prof. A. Bressan, il 12-2-2007 ha tenuto un seminario dal titolo "Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation" presso il Department of Mathematics de Penn State University in State College (Pennsylvania, U.S.A.).

23. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 07-05-2007 ha tenuto un seminario dal titolo "Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

24. Su invito del Prof. F. Paparella il 04-10-2007 ha tenuto un seminario dal titolo “L’equazione di Camassa-Holm” presso il Dipartimento di Matematica dell’Università di Lecce.

25. Su invito del Prof. E. Presutti il 17-10-2007 ha tenuto un seminario dal titolo “L’equazione di Camassa-Holm” presso il Dipartimento di Matematica dell’Università di Roma “Tor Vergata”.

26. Su invito del Prof. V. Sciacca il 25-01-2008 ha tenuto un seminario dal titolo “Soluzioni Limitate dell’Equazione di Degasperis - Procesi” presso il Dipartimento di Matematica ed Applicazioni dell’Università di Palermo.

27. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 20-05-2008 ha tenuto un seminario dal titolo “Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources” presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

28. Su invito del Prof. H. Holden il 27-05-2008 ha tenuto un seminario dal titolo “Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources” presso il Department of Mathematical Sciences de Norwegian University of Science and Technology (NTNU) in Trondheim (Norvegia).

29. Su invito del Prof. F. Oliveri il 17-06-2008 ha tenuto un seminario dal titolo “Soluzioni Limitate dell’Equazione di Degasperis - Procesi” presso il Dipartimento di Matematica ed Applicazioni dell’Università di Messina.

30. Su invito del Prof. S. Calogero il 09-03-2009 ha tenuto un seminario dal titolo “Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources” presso il Departamento de Matemática Aplicada de Universidad de Granada (Spagna).

31. Su invito del Prof. S. Calogero il 13-03-2009 ha tenuto un seminario dal titolo “The Schr̆odinger - Maxwell system with Dirac mass” presso il Departamento de Matemática Aplicada de Universidad de Granada (Spagna).

32. Su invito del Prof. S. Secchi il 16-03-2009 ha tenuto un seminario dal titolo “The Schr̆odinger - Maxwell system with Dirac mass” presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell’Università di Milano Bicocca.

33. Su invito del Prof. K. H. Karlsen il 24-04-2009 ha tenuto un seminario dal titolo “The initial - boundary value problem for the Degasperis-Procesi equation” presso il Centre for Advanced Study (CAS) de the Norwegian Academy of Science and Letters in Oslo (Norvegia).

34. Su invito del Prof. A. Bressan il 22-03-2010 ha tenuto un seminario dal titolo “Conservation Laws with Singular Nonlocal Sources” presso il Department of Mathematics de Penn State University in State College (Pennsylvania, U.S.A.).

35. Su invito del Prof. A. Bressan il 30-03-2010 ha tenuto un seminario dal titolo “The Schr̆odinger - Maxwell system with Dirac mass” presso il Department of Mathematics de Penn State University in State College (Pennsylvania, U.S.A.).

36. Su invito del Prof. J. A. Goldstein il 09-04-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "The Schřodinger - Maxwell system with Dirac mass" presso il Dipartment of Mathematical Sciences de University of Memphis in Memphis (Tennessee, U.S.A.).

37. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 25-05-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

38. Su invito del Prof. S. Mishra il 14-09-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Seminar für Angewandte Mathematik de ETH in Zurigo (Svizzera).

39. Su invito del Prof. E. Zuazua il 29-09-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Basque Center for Applied Mathematics (BCMA) in Bilbao (Spagna).

40. Su invito del Prof. F. Ancona il 24-02-2011 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity su reti" presso il Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata dell'Università di Padova.

41. Su invito del Prof. N. H. Risebro il 25-03-2011 ha tenuto un seminario dal titolo "The Schřodinger - Maxwell system with Dirac mass" presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia).

42. Su invito del Prof. C. M. Dafermos il 22-04-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Division of Applied Mathematics della Brown University in Providence (Rhode Island, U.S.A.).

43. Su invito del Prof. K. Trivisa il 28-04-2010 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Department of Mathematics de University of Maryland in College Park (Maryland, U.S.A.).

44. Su invito del Prof. J. A. Goldstein il 04-05-2011 ha tenuto un seminario dal titolo "Vanishing viscosity on networks" presso il Dipartment of Mathematical Sciences de University of Memphis in Memphis (Tennessee, U.S.A.).

45. Su invito del Prof. P. Marcati il 30-06-2011 ha tenuto un seminario dal titolo "An optimal harvesting problem with measure valued solutions" presso il Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata dell'Università de L'Aquila.

5. Comunicazioni a Convegni

1. Il 22-11-2001 ha tenuto una comunicazione dal titolo "Controllabilità alla Frontiera per Sistemi di Leggi di Conservazione" al convegno "IPERCT2001 Problemi di Tipo Iperbolico IX Incontro Nazionale" Catania 22-24 Novembre 2001.

2. Il 25-3-2002 ha tenuto una comunicazione dal titolo "On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws" al convegno "Ninth International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications" Pasadena (California, U.S.A.) 25-29 Marzo 2002.

3. Il 8-6-2002 ha tenuto una comunicazione dal titolo “On the Attainable set for Temple Class Systems with Boundary Control” al convegno “Advances on Nonlinear PDEs” L’Aquila 5-8 Giugno 2002.
4. Il 8-4-2004 ha tenuto una comunicazione dal titolo “On the Existence of Weak Solutions for the Generalized Camassa-Holm Equation” al convegno “Hyperbolic Conservation Laws” Oberwolfach (Germania) 4-10 Aprile 2004.
5. Il 16-4-2004 ha tenuto una comunicazione nella sessione “Midterm review” al convegno “Around HYperbolic and Kinetic Equations 2” 14-17 Aprile 2004 Parigi (Francia).
6. Il 22-9-2004 ha tenuto una comunicazione dal titolo “On a shallow water equation” al convegno “Internal CMA Workshop” 21-22 Settembre 2004 Oslo (Norvegia).
7. Il 21-6-2005 ha tenuto una comunicazione dal titolo “On a Generalized Hyperelastic-Rod Wave Equation” al convegno “XIII International Conference on Waves and Stability in Continuous Media WASCOM-2005” 19-25 Giugno 2005 Acireale (Catania).
8. Il 17-7-2006 ha tenuto una comunicazione dal titolo “Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation” al convegno “Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications” 17-21 Luglio 2006 Lione (Francia).
9. Il 14-9-2006 ha tenuto una comunicazione dal titolo “Discontinuous Solutions for the Degasperis-Procesi equation” al convegno “IPERPD2006 12th Meeting on Hyperbolic Equations” 13-15 Settembre 2006 Padova.
10. Il 18-2-2011 ha tenuto una comunicazione dal titolo “Vanishing viscosity su reti” al convegno “iPerMe11 XIV Incontro Nazionale Problemi di Tipo Iperbolico”, Messina, 16 - 18 Febbraio 2011.
11. Il 7-5-2011 ha tenuto una comunicazione dal titolo “Vanishing viscosity on networks” al convegno “2011 Differential Equations Weekend Conference”, Starkville, MS (U.S.A.), 7 Maggio 2011.

6. Partecipazione a Scuole Estive e Corsi Avanzati

Ha frequentato le seguenti scuole estive.

1. “XXIII Scuola Estiva di Fisica Matematica”, Ravello (SA) 7-19 Settembre 1998, seguendo i corsi “Analisi qualitativa in fluidodinamica” tenuto dal Prof. G. Mulone, “Materiali polimerici. Fisica e Matematica di deformazione e flusso” tenuto dal Prof. G. Marrucci, “Onde dispersive non lineari e sistemi integrabili” tenuto dal Prof. D. Sattinger, “Sistemi iperbolici e leggi di conservazione, applicazioni in gas-dinamica” tenuto dal Prof. A. Bressan. Ha contribuito all’ attività seminariale della scuola tenendo i seminari “Broad solution of semilinear systems”, “The Fredholm alternative” nell’ambito dei corsi dei Professori A. Bressan e D. Sattinger rispettivamente.
2. “Corso Estivo di Perugia”, Perugia 25 Luglio-28 Agosto 1999, partecipando ai corsi “Analisi Funzionale” tenuto dal Prof. H. Bercovici, “Geometria Differenziale” tenuto

dal Prof. G. Thorbergsson.

3. "Corso Estivo di Cortona (AR) "Semigroups of Operators"", Cortona 8-28 Luglio 2001, partecipando ai corsi "One-parameter Semigroups of Linear Operators, Spectral Theory, Asymptotics, Positivity" tenuto dal Prof. R. Nagel, "Semigroups of Nonlinear Operators" tenuto dal Prof. J. A. Goldstein.

4. "Advanced Courses on Hyperbolic P.D.E.s" Brescia, 28 Aprile-10 Maggio 2002, partecipando ai corsi "Vanishing Viscosity Solutions of Nonlinear Hyperbolic Systems" tenuto dal Prof. S. Bianchini, "Stability of Multi-D Boundary Layers" tenuto dal Prof. G. Metivier. Ha contribuito all' attività seminariale dei corsi tenendo il seminario "Problemi di Controllo per Sistemi di Leggi di Conservazione".

5. Corso C.I.M.E. "Hyperbolic Systems of Balance Laws" Cetraro (CS), 14 - 21 Luglio 2003, partecipando ai corsi "Viscosity Solutions of Systems of Conservation Laws" tenuto dal Prof. A. Bressan, "Conservation Laws on Continuum Mechanics" tenuto dal Prof. C. M. Dafermos, "Shock Profiles in Scalar Conservation Laws" tenuto dal Prof. D. Serre, "Stability of Multidimensional Viscous Shocks" tenuto dal Prof. M. Williams, "Planar Stability Criteria for Multidimensional Viscous Shock Waves" tenuto dal Prof. K. Zumbrun.

6. Scuola invernale "Winter School on Transport Equations and Control Theory for PDEs" Bressanone (Bolzano), 12 - 17 Gennaio 2004, partecipando ai corsi "An Introduction to Control Theory for Hyperbolic-like PDEs" tenuto dal Prof. R. Triggiani, "An Introduction to the Theory of Linear Transport Equations" tenuto dal Prof. F. Bouchut.

7. Scuola invernale "Fourth Winter School in Computational Mathematics: Adaptive methods for partial differential equations" Geilo (Norvegia), 7 - 12 Marzo 2004, partecipando ai corsi "Finite Elements - A Crash course" tenuto dal Prof. M. G. Larson, "Adaptive Methods for Partial Differential Equations" tenuto dal Prof. R. Rannacher.

8. "XXXII Scuola Estiva di Fisica Matematica", Ravello (SA) 10-22 Settembre 2007, seguendo i corsi "Ubiquitous Diffusion" tenuto dal Prof. A. Fasano, "Blow up in Continuum Mechanics and scale limits in Statistical Mechanics" tenuto dal Prof. E. Presutti, "Mathematical problems on Capillarity: connection between moecular theories and Continuum Mechanics" tenuto dal Prof. H. Gouin, "Computational methods for kinetic equations" tenuto dal Prof. L. Pareschi. Ha contribuito all' attività seminariale della scuola tenendo il seminario "The Camassa-Holm equation" nell'ambito dei corsi dei Professor E. Presutti.

9. Corso C.I.M.E. "Nonlinear Pde's and Applications" Cetraro (CS), 23 - 28 Giugno 2008, partecipando ai corsi "Transport rays, differential inclusions and applications to Hamilton Jacobi equations" tenuto dal Prof. S. Bianchini, "Sharp functional inequalities and nonlinear evolution equations" tenuto dal Prof. E. A. Carlen, "Differential, energetic and metric formulations for rate-independent processes" tenuto dal Prof. A. Mielke, "Scaling laws by PDE methods" tenuto dal Prof. F. Otto, "Optimal transport and curvature" tenuto dal Prof. C. Villani.

10. Corso C.I.M.E. "Modelling and Optimisation of Flows on Networks" Cetraro (CS), 15 - 19 Giugno 2008, partecipando ai corsi "Optimal Transport" tenuto dal Prof. L. Ambrosio, "Introduction to Hyperbolic Conservation Laws" tenuto dal Prof. A. Bressan, "Modelling Vehicular Traffic and Pedestrian Flows" tenuto dal Prof. D. Helbing, "Modeling and Optimization of Flows on Networks" tenuto dal Prof. A. Klar, "Kinetic and Fluid Dynamic Models for Complex Supply Networks" tenuto dal Prof. C. Ringhofer, "Wave Propagation in 1-d Flexible Multi-structures" tenuto dal Prof. E. Zuazua.

7. Partecipazione a Convegni

È stato invitiato ai seguenti convengi a partecipazione ristretta.

1. "Hyperbolic Conservation Laws", Oberwolfach (Germania) 4-10 Aprile 2004.
2. "Joint Summer Research Conference on Control Methods in PDE-Dynamical Systems", Snowbird (Utah, U.S.A.) 3-7 Luglio 2005.
3. "Conference on Control of PDE's", C.I.R.M. Marsiglia (Francia) 25-29 Gennaio 2010.

Ha partecipato ai seguenti convegni.

1. "Giornate SISSA di Analisi Nonlineare", Trieste 1-4 Giugno 1999.
2. "Linear and Nonlinear Hyperbolic Equations (Conference in Honour of Sergio Spagnolo on the occasion of his 60th birthday)", Grado (GO) 18-21 Settembre 2001.
3. "Nonlinear Hyperbolic PDEs", Roma 5-6 Ottobre 2001.
4. "IPERCT2001 Problemi di Tipo Iperbolico IX Incontro Nazionale", Catania 22-24 Novembre 2001 dove ha tenuto una comunicazione.
5. "Ninth International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications", Pasadena (California, U.S.A.) 25-29 Marzo 2002 dove ha tenuto una comunicazione.
6. "Advances on Nonlinear PDEs", L'Aquila 5-8 Giugno 2002 dove ha tenuto una comunicazione.
7. "Around HYperbolic and Kinetic Equations" First annual meeting of the HYKE network, Vienna (Austria) 24 - 28 Febbraio 2003.
8. "Leggi di Conservazione Iperboliche: recenti risultati e prospettive di ricerca", Bologna 3-4 Giugno 2003 dove ha tenuto una comunicazione.
9. "Computational Methods for the Time-Dependent Schroedinger Equation", Oslo (Norvegia) 17-18 Novembre 2003.
10. "Computational Finance and Physics", Oslo (Norvegia) 22-23 Marzo 2004.

11. “Hyperbolic Conservation Laws”, Oberwolfach (Germania) 4-10 Aprile 2004 dove ha tenuto una comunicazione.

12. “Around HYperbolic and Kinetic Equations 2” Second annual meeting of the HYKE network 14-17 Aprile 2004 Parigi (Francia) dove ha tenuto una comunicazione.

13. “Nonlinear PDEs: Theory, Numerics, and Applications” 26-27 Aprile 2004 Oslo (Norvegia).

14. “Camassa-Holm and other nonlinear dispersive equations” 7-8 Giugno 2004 Oslo (Norvegia) dove ha tenuto una comunicazione.

15. “Mathematical Aspects of the Schroedinger Equation” 14 Giugno 2004 Oslo (Norvegia) dove ha tenuto una comunicazione.

16. “Fourth World Congress of Nonlinear Analysts WCNA-2004” 30 Giugno-7 Luglio 2004 Orlando (Florida, U.S.A.) dove ha tenuto una comunicazione.

17. “Internal CMA Workshop” 21-22 Settembre 2004 Oslo (Norvegia) dove ha tenuto una comunicazione.

18. “Recent Advances in Nonlinear PDEs” 3-4 Marzo 2005 Oslo (Norvegia) dove ha tenuto una comunicazione.

19. “Iterative methods for elliptic eigenproblems” 8-9 Marzo 2005 Oslo (Norvegia).

20. “Around HYperbolic and Kinetic Equations 3” Third annual meeting of the HYKE network 13 - 15 Aprile 2005 Roma.

21. “Workshop on PDE and Harmonic Analysis” 1-3 Giugno 2005 Trondheim (Norvegia) dove ha tenuto una comunicazione.

22. “A CMA conference in honor of Bernt Øksendal’s 60 Years Anniversary” 9-10 Giugno 2005 Oslo (Norvegia).

23. “Fourth meeting on Hyperbolic Conservation Laws: Recent results and Research perspectives” 13-14 Giugno 2005 Trieste dove ha tenuto una comunicazione.

24. “XIII International Conference on Waves and Stability in Continuous Media WASCOM-2005” 19-25 Giugno 2005 Acireale (Catania) dove ha tenuto una comunicazione.

25. “Joint Summer Research Conference on Control Methods in PDE-Dynamical Systems” 3-7 Luglio 2005 Snowbird (Utah, U.S.A.) dove ha tenuto una comunicazione.

26. “The 2005 Abel Symbosium - Stochastic Analysis and Applications - A Symposium in Honor of Kiyosi Itô” 29 Luglio-4 Agosto 2005 Oslo (Norvegia).

27. “Current trends in Nonlinear Analysis - Dedicated to Professor Dino Fortunato on the occasion of his 60th birthday” 12-16 Giugno 2006 Otranto (LE).

28. “Boltzmann Equation and Fluidodynamic Limits - Honoring the memory of L. Boltzmann” 12-17 Giugno 2006 Trieste.

29. “AIMS’ Sixth International Conference on Dyn. Systems, Diff. Equations and Applications” 25 - 28 Giugno 2006 Poitiers (Francia) dove ha tenuto una comunicazione.

30. “Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications” 17-21 Luglio 2006 Lione (Francia) dove ha tenuto una comunicazione.

31. "IPERPD2006 12th Meeting on Hyperbolic Equations " 13-15 Settembre 2006 Padova dove ha tenuto una comunicazione.

32. "Nonlinear Hyperbolic Problems-a perspective view on conservation laws " 28 Maggio-1 Giugno 2007 Roma.

33. "SPT 2007-Symmetry and Perturbation Theory" 2 - 9 Giugno 2007 Otranto (LE) dove ha tenuto una comunicazione.

34. "Joint International Meeting UMI - DMV" 18-22 Giugno 2007, Perugia.

35. "XVIII Congresso dell'Unione Matematica Italiana" 24-29 Settembre 2007 Bari dove ha tenuto una comunicazione.

36. "2008 SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures" 21-24 Luglio 2008 Roma dove ha tenuto una comunicazione.

37. "Trent'anni di Analisi Matematica alla SISSA: il contributo degli ex allievi", 24-27 Novembre 2008 Trieste dove ha tenuto una comunicazione.

38. "Numerical Aspects of Nonlinear PDEs of Hyperbolic Type" 26-27 Maggio 2009, Oslo (Norvegia).

39. "EEMMAS - Evolution Equations and Mathematical Models in the Applied Sciences" Taranto, 29 Giugno 03 Luglio, 2009 dove ha tenuto una comunicazione.

40. "V International Meeting on Lorentzian Geometry (GeLoBa2009)", Martina Franca (Taranto), 8 - 11 Luglio 2009.

41. "Seventh Meeting on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics: Recent Results and Research Perspectives", Trieste, 31 Agosto - 4 Settembre, 2009.

42. "Conference on Control of PDE's" 25-29 Gennaio 2010 Marsiglia (Francia) dove ha tenuto una conferenza su invito.

43. "Second Meeting of Women of the Laplacian" 3-6 Giugno 2010 Monopoli (Bari).

44. "Thirteenth International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications" 14-19 Giugno 2010 Pechino (Cina) dove ha tenuto una conferenza su invito.

45. "Eight Meeting on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics: Recent Results and Research Perspectives", Trieste, 1 - 4 Settembre, 2010.

46. "iPerMe11 XIV Incontro Nazionale Problemi di Tipo Iperbolico", Messina, 16 - 18 Febbraio 2011 dove ha tenuto una comunicazione.

47. "2011 Differential Equations Weekend Conference", Starkville, MS (U.S.A.), 7 Maggio 2011 dove ha tenuto una comunicazione.

48. "Evolution Equations and Operator Semigroups On the occasion of the 70th birthday of Jerry Goldstein and Rainer Nagel" 14-15 Luglio 2011, Bari dove ha tenuto una comunicazione.

49. "Ninth Meeting on Hyperbolic Conservation Laws and Fluid Dynamics: Recent Results and Research Perspectives", Trieste, 18 - 22 Luglio, 2011 dove ha tenuto una comunicazione.

8. Attività Didattica

Nell'anno accademico 2004/2005

1. ha collaborato con il Professor K. H. Karlsen nel corso "Partial Differential Equations and Sobolev Spaces-part II" per la laurea specialistica in Matematica dell'Università di Oslo (Norvegia);
2. ha tenuto un ciclo di seminari dal titolo "One Dimensional Scalar Conservation Laws" per il dottorato di ricerca in Matematica dell'Università di Trondheim (Norvegia).

Nell'anno accademico 2005/2006

1. ha tenuto il corso "Istituzioni di Matematiche II" del corso di laurea triennale in Tecnologie Chimiche dell'Università di Bari;
2. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" del corso di laurea triennale in Chimica dell'Università di Bari.

Nell'anno accademico 2006/2007

1. ha tenuto il corso "Complementi di Matematica" del corso di laurea specialistica in Ingegneria elettronica del Politecnico di Bari;
2. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" del corso di laurea triennale in Chimica e a "Analisi Matematica" del corso di laurea triennale in Informatica dell'Università di Bari.

Negli anni accademici 2007/2008 e 2008/2009

1. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" dei corsi di laurea triennale in Chimica e Scienza dei Materiali dell'Università di Bari.

Nell'anno accademico 2009/2010

1. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" dei corsi di laurea triennale in Chimica e Scienza dei Materiali, a "Analisi Matematica III" del corso di laurea triennale in Matematica dell'Università di Bari;
2. ha tenuto il corso "Equazioni alle Derivate Parziali" per il Dottorato in Matematica dell'Università di Bari.

Nell'anno accademico 2010/2011

1. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" del corso di laurea triennale in Chimica, a "Analisi Matematica" del corso di laurea triennale in Informatica, a "Analisi Matematica III" del corso di laurea triennale in Fisica dell'Università di Bari;
2. ha tenuto il corso "Equazioni alle Derivate Parziali" per il Dottorato in Matematica dell'Università di Bari.

Nell'anno accademico 2011/2012

1. ha tenuto le esercitazioni a "Istituzioni di Matematiche I" del corso di laurea triennale in Chimica, a "Matematica" del corso di laurea triennale in Scienze Geologiche, a

"Analisi Matematica III" del corso di laurea triennale in Fisica dell'Università di Bari.

9. Referee e Reviewer

È stato referee per le riviste SIAM Journal on Scientific Computing, Electronic Journal of Differential Equations, Journal of Differential Equations, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Journal of Engineering Mathematics, Journal of Hyperbolic Differential Equations, SIAM Journal on Control and Optimization, Physics Letters A, Communications on Pure and Applied Analysis, Advanced Nonlinear Studies, Journal of Nonlinear Mathematical Physics, SIAM J. Numer. Anal., Differential and Integral Equations, Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Progress in Electromagnetic Research, Acta Applicanda Mathematicae, Nonlinearity, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Mathematical Modelling and Analysis, Journal of Mathematical Physics, Journal of Dynamical and Control Systems, Nonlinear Differential Equations and Applications NoDea, Mathematical Problems in Engineering, Proceedings of the AMS, Discrete and Continuous Dynamical Systems - A/B, Advances in Numerical Analysis, Journal of Evolution Equations, Communications on Mathematical Physics, Bulletin of the London Mathematical Society, Networks and Heterogeneous Media, Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Physik, International Mathematics Research Notices, Journal of Functional Analysis, Numerische Mathematik, Annales Henri Poincaré, Modelling and Simulation in Engineering, Boundary Value Problems, Proceedings of the London Mathematical Society.

Da Giugno 2003 è reviewer per il Mathematical Reviews.

10. Visite in Università Estere

Dal 24-9-2002 al 30-11-2002 è stato in visita presso il Department of Mathematics de University of Oslo (Norvegia) su invito del Professor N. H. Risebro.

Dal 5-5-2003 al 31-5-2003 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor N. H. Risebro.

Dal 1-1-2005 al 31-10-2005 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor K. H. Karlsen.

Dal 1-5-2006 al 13-5-2006 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor K. H. Karlsen.

Dal 25-4-2007 al 8-5-2007 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor K. H. Karlsen.

Dal 28-4-2008 al 3-6-2008 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor N. H. Risebro.

Dal 1-4-2009 al 30-5-2009 è stato in visita presso il Centre for Advanced Study (CAS) de the Norwegian Academy of Science and Letters in Oslo (Norvegia) per partecipare alle attività del gruppo di ricerca "Nonlinear Partial Differential Equations".

Dal 16-3-2010 al 7-4-2010 è stato in visita presso il Department of Mathematics de Penn State University (USA) su invito del Professor A. Bressan.

Dal 2-5-2010 al 29-5-2010 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor K. H. Karlsen.

Dal 13-3-2011 al 2-4-2011 è stato in visita presso il Centre of Mathematics for Applications (CMA) in Oslo (Norvegia) su invito del Professor K. H. Karlsen.

Dal 8-5-2011 al 28-5-2011 è stato in visita presso il Department of Mathematics de Penn State University (USA) su invito del Professor A. Bressan.

11. Interessi di Ricerca

La sua attività di ricerca verte sui seguenti argomenti.

1. Teoria dei Punti Critici (cfr. tesi di laurea e pubblicazioni [1, 2, 5, 23]).
2. Controllabiltà alla frontiera per Sistemi di Leggi di Conservazione (cfr. pubblicazioni [3, 4, 7, 12, 16, 17]).
3. Modelli di traffico automobilistico (cfr. pubblicazione [6]).
4. Equazioni paraboliche (cfr. pubblicazioni [8, 11]).
5. Leggi di conservazione con flussi discontinui (cfr. pubblicazione [9]).
6. Equazioni di Hamilton-Jacobi con Hamiltoniane discontinue (cfr. pubblicazione [10]).
7. Equazioni Integro-differenziali (cfr. pubblicazioni [13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 26, 28]).
8. Schemi numerici per equazioni iperboliche (cfr. pubblicazioni [25, 27]).

12. Sunto delle Tesi di Laurea e Ph.D.

[1] G. M. Coclite. Metodi Variazionali Applicati allo Studio delle Equazioni di Schrödinger-Maxwell. Graduate thesis, University of Bari (1999), supervisors: Prof. D. Fortunato, M. Lazzo.

Nella sua tesi affronta un problema di meccanica quantistica. Una particella carica quantistica non relativistica genera un campo elettromagnetico, la cui evoluzione è descritta dalle Equazioni di Maxwell, ed un campo di materia o funzione d'onda, la cui evoluzione è descritta dall'Equazione di Schrödinger. Poichè questi campi si condizionano e sostengono a vicenda un problema naturale è studiarne gli stati legati generati dalla loro interazione. Si assume che il potenziale scalare φ sia stazionario (i.e. $\varphi = \varphi(x)$), quello vettoriale $\mathbf{A}$ sia nullo e la funzione d'onda ψ sia di tipo onda piana (i.e. $\psi(x,t) = u(x)e^{i\omega t}$). Si sono ottenuti i seguenti risultati

I) qualora la particella sia vincolata a muoversi in un aperto limitato dello spazio, i due campi generano infiniti stati legati con energia comunque alta;
II) se la particella è libera di muoversi in tutto lo spazio e soggetta ad un campo di forze esterno generato da un potenziale positivo e coercivo, vengono generati infiniti stati legati con energia comunque alta analogamente a quanto detto in I);

III) nel caso in cui la particella, come in II), sia libera di muoversi in tutto lo spazio, ma sia soggetta ad un campo di forze esterno generato da un potenziale negativo e infinitesimo all'infinito (come quello coulombiano), ad ogni energia negativa sono associati infiniti stati legati;

IV) infine si considera una particella che soddisfi un'equazione di Schrödinger non lineare e si prova che a qualunque livello di energia negativo sono associati infiniti stati legati.

L'evoluzione del fenomeno fisico è descritta da un sistema di due equazioni ellittiche, che sono le equazioni di Eulero-Lagrange di un funzionale fortemente indefinito privo di simmetrie. Utilizzando invarianti topologici legati al Genus si ottengono i suddetti risultati di molteplicità.

[2] G. M. Coclite. Control Problems for Systems of Conservation Laws. Ph.D. thesis, S.I.S.S.A.-Trieste (2003), supervisor: Prof. A. Bressan, opponent: Prof. J.-M. Coron.

Qui sono presentati i risultati degli articoli su problemi di controllo per Sistemi di Leggi di Conservazione pubblicati in [3, 4, 7, 12].

13. Sunti delle Pubblicazioni

[1] G. M. Coclite. A Multiplicity Result for the Nonlinear Schrödinger-Maxwell Equations. *Commun. Appl. Anal.* **7** (2003) no. 2-3, 417-423.

Generalizza un risultato ottenuto nella tesi di laurea e dimostra che una particella quantistica non relativistica carica descritta da un'equazione di Schrödinger nonlineare (piu' generale di quella considerata nella tesi di laurea) e libera di muoversi in tutto lo spazio, ad ogni livello di energia negativa, ammette infiniti stati legati.

Si suppone di essere in regime elettrostatico, ossia

$$\varphi = \varphi(x),\ \mathbf{A} = 0, \qquad x \in \mathbb{R}^n,\ n \geq 3,$$

e la funzione d'onda ψ del tipo:

$$\psi(x,t) = u(x)e^{i\omega t}, \qquad x \in \mathbb{R}^n,\ t \in \mathbb{R}$$

con u a valori reali. Le equazioni di interazione tra i campi sono

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}\Delta u - \varphi u - g(u) + \omega u = 0, & \text{in } \mathbb{R}^n, \\ \Delta\varphi = 4\pi u^2, & \text{in } \mathbb{R}^n, \end{cases}$$

con $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ opportuna. Questo problema ha struttura variazionale.

Utilizzando il genus si prova che per ogni $\omega > 0$ esiste una successione $\{(u_k, \varphi_k)\}$ di soluzioni tali che

$$u_k \in H^1(\mathbb{R}^n), \qquad \int_{\mathbb{R}^n} |\nabla\varphi_k|^2 dx < \infty.$$

La carenza di compattezza di problemi di questo tipo è compensata ambientando lo studio del problema nello spazio delle funzioni radiali $H^1_r(\mathbb{R}^n)$.

[2] G. M. Coclite. A Multiplicity Result for the Schrödinger-Maxwell Equations with Negative Potential. *Ann. Polon. Math.* **79** (2002), 21-30.

Generalizza un altro risultato ottenuto nella tesi di laurea. Considera una particella quantistica non relativistica carica libera di muoversi in tutto lo spazio soggetta ad un campo di forze esterne generato da un potenziale infinitesimo all'infinito e singolare nell'origine. Prova che ogni livello energetico negativo ammette infiniti stati legati.

[3] A. Bressan and G. M. Coclite. On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws. *SIAM J. Control Optim.* **41** (2002), no. 2, 607-622.

In questo lavoro si affronta il problema della controllabilità alla frontiera per sistemi di leggi di conservazione. Assegnato il sistema $n \times n$

$$u_t + f(u)_x = 0 \qquad t \geq 0, \quad x \in]a, b[\tag{1}$$

si studiano le proprietà dell'insieme raggiungibile $\mathcal{R}(T)$ (i.e. l'insieme delle funzioni $\varphi \in L^1([a,b])$ tali che esiste $u = u(t,x)$ soluzione entropica di (1) tale che $u(T,\cdot) = \varphi$). Si assume che (1) sia strettamente iperbolico, soddisfi le condizioni di ammissibilità di Lax e Df abbia autovalori discosti da zero (i. e. le frontiere non sono caratteristiche). Si provano due risultati:

I) stabilizabilità asintotica delle configurazioni costanti. Assegnata u^* costante e $\bar{u} \in BV([a,b])$ con variazione totale piccola e vicino, in norma L^1, ad u^*. Si approssima $\bar{u}$ con una successione di approssimanti costanti a tratti e a variazione totale piccola. Usando tecniche di front-tracking si ottiene una soluzione $u = u(t,x)$ di (1) tale che

$$u(0,\cdot) = \bar{u}, \qquad TV\big\{u(t)\big\} \leq C\, e^{-2^{\kappa t}}, \qquad \int_a^b \big|u(t,x) - u^*\big|\, dx \leq C\, e^{-2^{\kappa t}},$$

con $\kappa, C > 0$. In particolare si mostra come si possa ottenere una soluzione di (1) che, in tempo finito, passi da uno stato costante ad un altro appartenente alla medesima componente connessa del dominio di f.

II) Si mostra con un controesempio che in generale le configurazioni costanti non sono esattamente raggiungibili in tempo finito. Si considera un sistema 2×2 tale che

$$r_1 \wedge r_2 < 0, \quad r_1 \wedge \big(Dr_1 \cdot r_1\big) < 0, \quad r_2 \wedge \big(Dr_2 \cdot r_2\big) < 0,$$

dove r_1, r_2 sono gli autovettori destri di Df. Studiando la geometria delle curve di rarefazione e di shock, si evince che dall'interazione tra due shocks della stessa famiglia nasce uno shock dell'altra e da quella tra uno shock e una rarefazione nasce una rarefazione. Quindi la classe delle funzioni con un numero di finito di salti, ognuno dei quali genera uno shock (e nessuna rarefazione) e le cui componenti (in coordinate di Riemann) sono crescenti a tratti, è invariante. Queste osservazioni permettono di mostrare che se l'insieme degli shocks di una soluzione è denso all'istante $t = 0$ tale rimane anche per ogni $t > 0$.

[4] F. Ancona and G. M. Coclite. On the Attainable set for Temple Class Systems with Boundary Controls. *SIAM J. Control Optim.* **43** (2005), no. 6, 2166-2190.

Si studiano le proprietà dell'insieme raggiungibile $\mathcal{R}(T)$ nel caso in cui (1) è un sistema tipo Temple. Si suppone che il sistema sia strettamente iperbolico, sia genuinamenmte nonlineare nel senso di Lax e gli autovalori siano discosti da zero. Si considerano gli insiemi

$$K^\rho \doteq \left\{ w : [a,b] \mapsto \Gamma \ : \begin{array}{ll} \dfrac{w_i(y)-w_i(x)}{y-x} \leq \dfrac{\rho}{x-a} & \text{se} \ \ a < x < y < b, \quad i \in \mathcal{G}N^+ \\ \dfrac{w_i(y)-w_i(x)}{y-x} \leq \dfrac{\rho}{b-x} & \text{se} \ \ a < x < y < b, \quad i \in \mathcal{G}N^- \end{array} \right\},$$

dove $\rho > 0$ e $\mathcal{G}N^+$ e $\mathcal{G}N^-$ sono le famiglie con velocità positiva e negativa rispettivamente. Si mostra che per T sufficientemente grande

i $\mathcal{R}(T)$ è compatto in L^∞ rispetto alla topologia L^1;

ii) esistono $0 < \rho' < \rho$ tali che $K^{\rho'} \subset \mathcal{R}(T) \subset K^\rho$.

Grazie alla struttura particolare dei sistemi di Temple si riesce a lavorare in L^∞ e a sfruttare stime tipo Oleinik.

[5] G. M. Coclite and V. Georgiev. Solitary Waves for Maxwell-Schrödinger Equations. *Electron. J. Diff. Eqns.* **2004** (2004), no. 94, 1-31.

Si considera un particella quantistica carica non relativistica. Si mostra che l'interazione tra il campo elettromagnetico e della funzione d'onda generati dalla medesima genera infinite onde solitoniche (i.e. soluzioni regolari con decadimento esponenziale all'infinito) radiali con energia comunque alta. Inoltre si studia lo spettro associato a questi operatori non lineari e si mostra che il primo autovalore è isolato. Questo garantisce l'esistenza di una funzione di Liapunov per l'equazioni di Maxwell-Schrödinger evolutive. In questo modo si può ottenere la stabilità strutturale di questo problema di evoluzione in aggiunta a quella orbitale già nota.

[6] G. M. Coclite, M. Garavello, and B. Piccoli. Traffic Flow on a Road Network. *SIAM J. Math. Anal.* **36** (2005), no. 6, 1862-1886.

Si studia un problema di traffico per networks. Si assume di lavorare su una rete stradale costitiuta da strade percorribili in un solo senso e su cui la densità di automobli soddisfa una legge di conservazione scalare con flusso strettmente concavo (su ogni strada si considera un diverso flusso a seconda delle caratteristiche della medesima). Si prova la buona positura del Problema di Cauchy con dati inizili a variazione totale limitata (non necessariamente piccola). Si prova che le soluzioni precedemente ottenute individuano univocamente una soluzione del Poblema di Cauchy nel caso di un dato iniziale in L^1 e si conclude dimostrando che questa soluzione e' stabile.

[7] F. Ancona, A. Bressan, and G. M. Coclite. Some Results on the Boundary Control of Systems of Conservation Laws. Hyperbolic problems: theory, numerics, applications, (Pasadena, 2002), Eds: T. Y. Hou, E. Tadmor, 255-264, Springer, Berlin, 2003.

Sono riassunti i risultati delle pubblicazioni [3, 4].

[8] G. M. Coclite. An Interior Estimate for a Nonlinear Parabolic Equation. *J. Math. Anal. Appl.* **284** (2003) no. 1, 49-63.

Assegnata l'equazione

$$u_t = a(x,u)u_{xx}, \qquad\qquad t>0,\ \ x\in\mathbb{R},$$

dove $a \in C^3(\mathbb{R}^2)$ e

$$\|a(\cdot,\cdot)\|_{C^3} \le k, \qquad 0 < a_* < a(\cdot,\cdot) < a^*,$$

con k, a_*, a^* costanti positive. Si prova che

$$\int_\varepsilon^{1-\varepsilon} dx \int_{c_1}^T |u_{tx}(t,x)|dt \le C\Big(\|u(0,\cdot)\|_{L^\infty} + \int_0^T \big(|u_t(t,0)| + |u_t(t,1)|\big)dt\Big)$$

e

$$\int_{c_1}^T |u_t(t,x)|dt \le C\|u(0,\cdot)\|_{L^\infty} + \int_0^T \big(|u_t(t,0)| + |u_t(t,1)|\big)dt,$$

quali che siano T, ε, $\varepsilon \le x \le 1-\varepsilon$, $c_1 > 0$, $u = u(t,x)$ soluzione classica dell'equazione e la costante $C > 0$ dipendente unicamente da ε, c_1, k, a^*, a_* (indipendente da T). Gli argomenti usati si basano sul Principio di Massimo e su Stime di Energia.

[9] G. M. Coclite and N. H. Risebro. Conservation Laws with Time Dependent Discontinuous Coefficients. *SIAM J. Math. Anal.* **36** (2005), no. 4, 1293-1309.

Si prova la buona positura dei problemi di Cauchy per leggi di conservazione scalari nel caso di flussi discontinui e dipendenti esplicitamente dal tempo e dallo spazio.

Si considera il Problema di Cauchy

$$u_t + f(u, g(t), a(x))_x = 0, \qquad u(0,x) = u_0(x),$$

con a, g a variazione limitata, u_0 limitata ed f convessa. Si approssimano le soluzioni utilizzando il front-tracking e si mostra la compattezza di queste successioni utilizzando un funzionale somma di uno singolare tipo Temple ed uno quadratico di interazione tipo Glimm. Infine per ottenere la Lipschitzianità dell'operatore soluzione si utilizza la tecnica di "duplicazione delle varabili" proposta da Kruzkov.

[10] G. M. Coclite and N. H. Risebro. Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi Equations with Discontinuous Coefficients. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* **4** (2007), no. 4, 771-795.

Si considera il Problema di Cauchy per l'equazione di Hamilton-Jacobi scalare

$$u_t + H(u_x, g(t), a(x)) = 0, \qquad u(0,x) = u_0(x), \tag{2}$$

dove a e g sono a variazione limitata. Si estende il concetto di soluzione di viscosità per questo tipo di equazioni, in quanto la definizione proposta da Crandall, Evans e Lions necessita della continuità di a e g. Si prova un Principio di Confronto per questo tipo di soluzioni. Allo scopo di mostrare l'esistenza di soluzioni si studia la legge di conservazione scalare con flusso discontinuo (ottenuta formalmente derivando la precedente)

$$p_t + H(p, g(t), a(x))_x = 0, \qquad p(0,x) = \frac{d}{dx}u_0(x),$$

detta $p = p(t,x)$ la soluzione entropica di quest'ultima si verifica che

$$u(t,x) = u_0(0) + \int_0^x p(t,y)dy$$

è soluzione di viscosità di (2).

[11] G. M. Coclite and H. Holden. Stability of Solutions of Quasilinear Parabolic Equations. *J. Math. Anal. Appl.* **308** (2005) no. 1, 221-239.

Sia $u = u(t,x)$ la soluzione del Problema di Cauchy

$$u_t = a(t,x,u)\Delta u + \mathrm{div}(f(t,x,u)) + h(t,x,u), \quad u(0,x) = \varphi(x).$$

Si prova la continuità della soluzione u rispetto ai coefficienti a, f, h nelle norme L^p. Più precisamente, se

$$a_\nu \longrightarrow a, \quad \nabla f_\nu \longrightarrow \nabla f, \quad f_{\nu,u} \longrightarrow f_u, \quad h_\nu \longrightarrow h, \quad \varphi_\nu \longrightarrow \varphi, \quad \text{in } L^\infty_{\mathrm{loc}}$$

con ipotesi di regolarità, risulta

$$u_\nu \longrightarrow u, \quad \text{in } L^p_{\mathrm{loc}} \quad 1 \le p < +\infty,$$

dove $u_\nu = u_\nu(t,x)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$u_t = a_\nu(t,x,u)\Delta u + \mathrm{div}(f_\nu(t,x,u)) + h_\nu(t,x,u), \quad u(0,x) = \varphi_\nu(x).$$

Si prova una stima sulla velocità di tale convergenza.

[12] F. Ancona and G. M. Coclite. Exact controllability and stabilizability of linear hyperbolic systems with boundary controls. In preparation.

Si consideri il problema di controllo per il seguente sistema di eqazioni iperboliche lineari

$$\begin{cases} \omega_t + A \cdot \omega_x = 0, & a < x < b,\ t > 0 \\ \omega^+(t,a) = C_a \cdot \omega^-(t,a), & t > 0, \\ \omega^-(t,b) = C_b \cdot \omega^+(t,b) + \Gamma_b \cdot \alpha(t), & t > 0, \\ \omega(0,x) = \omega_0(x), & a < x < b \end{cases}$$

dove $\alpha = \alpha(t)$ è il *controllo*, A è una matrice diagonale $n \times n$

$$C_a \in \mathbb{R}^{(n-p)\times p},\ C_b \in \mathbb{R}^{p\times(n-p)},\ \Gamma_b \in \mathbb{R}^{p\times\nu},\ \alpha(\cdot) \in \mathbb{R}^\nu$$

e si usano le seguenti notazioni

$$\omega^- \doteq \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \dots \\ \omega_p \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^p, \qquad \omega^+ \doteq \begin{pmatrix} \omega_{p+1} \\ \dots \\ \omega_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n-p}, \qquad \omega \doteq \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \dots \\ \omega_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n.$$

Si assume che le prime p caratteristiche abbiano velocità negativa e le ultime $n-p$ positiva, ossia

$$A \doteq \begin{pmatrix} \lambda_1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... \\ 0 & ... & \lambda_n \end{pmatrix}, \qquad \lambda_1 < ... < \lambda_p < 0 < \lambda_{p+1} < ... < \lambda_n.$$

Nell'articolo sono studiate la controllabilità in tempo finito e la stabilizzabilità asintotica del problema.

[13] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Wellposedness for a parabolic-elliptic system. *Discrete Contin. Dynam. Systems* **13** (2005) no. 3, 659-682.

Mostriamo l'esistenza di un unica soluzione globale e regolare per il sistema parabolico-ellittico

$$\begin{cases} u_t + f(t,x,u)_x + g(t,x,u) + P_x = (a(t,x)u_x)_x, & t>0, \ x \in \mathbb{R}, \\ -P_{xx} + P = h(t,x,u,u_x) + k(t,x,u), & t>0, \ x \in \mathbb{R}, \\ u(0,x) = u_0(x), & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Assumendo che

$$\inf_{(t,x)} a(t,x) > 0.$$

Inoltre, nostriamo che la soluzione è stabile rispetto alla condizione iniziale u_0 ad ai coefficienti f, g, h e k. In particolare vengono date stime precise sulla stabilità. Quansto sistema può essere visto come una regolarizzazione dell'equazione di Camassa-Holm generalizzata.

[14] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Global weak solutions to a generalized hyperelastic-rod wave equation. *SIAM J. Math. Anal.* **37** (2005) no. 4, 1044-1069.

Consideriamo l'equazione generalizzata delle onde per un'asta iperelastica (detta anche equazione di Camassa-Holm generalizzata),

$$\begin{cases} u_t - u_{txx} + \left(\dfrac{g(u)}{2}\right)_x = \gamma\big(2u_x u_{xx} + u u_{xxx}\big), & t>0, \ x \in \mathbb{R}, \\ u(0,x) = u_0(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

questa descrive le onde dispersive nonlineari in un'asta iperelastica. Proviamo l'esistenza di soluzioni deboli globali per ogni dato iniziale in $H^1(\mathbb{R})$. In fine proviamo l'unicità e la stabilità delle soluzioni di vanishing viscosity.

[15] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Positive solutions for an integro-differential equation with singular nonlinear term. *Differential Integral Equations* **18** (2005) no. 9, 1055-1080.

Si prova un risultato di esistenza per soluzioni positive del seguente problema di Dirichlet integro-differeziale

$$\begin{cases} -\Delta u(y) = \displaystyle\int_\Omega K(y,z) g\big(z, u(z)\big) dz, & \text{per } y \in \Omega, \\ u(y) = 0, & \text{per } y \in \Omega, \end{cases}$$

dove si assume

($\mathcal{H}_1$) $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N > 1$, sia un aperto limitato con frontiera regolare;

($\mathcal{H}_2$) $g : \Omega \times \mathbb{R}^*_+ \to \mathbb{R}$ sia una funzione di Carathèodory tale che $0 \le g(y,s) \le \frac{\varphi_0(y)}{s^p}$, $(y,s) \in \Omega \times \mathbb{R}^*_+$, dove $p \ge \dfrac{N}{N-1}$ e $\varphi_0 : \Omega \to \mathbb{R}$ è una funzione positiva misurabile tale che $\frac{\varphi_0}{\delta(\cdot)^{p-1}} \in L^p(\Omega)$, con $\delta(y) := \mathrm{dist}(y, \partial\Omega)$, $y \in \mathbb{R}^N$;

($\mathcal{H}_3$) $K \in L^N(\Omega \times \Omega)$ è un nucleo positivo tale che $\frac{\delta(z)}{c_0} \le \int_\Omega \delta(y) K(y,z)dy \le c_0 \delta(z)$, $z \in \Omega$, per qualche costante positiva c_0.

[16] F. Ancona and G. M. Coclite. On the boundary controllability of first order hyperbolic systems. *Nonlinear Anal.* **63** (2005) no. 5-7, 1955-1966.

Sono riassunti i risultati pubblicati in [12].

[17] G. M. Coclite. Problemi di Controllo per Sistemi di Leggi di Conservazione. *Boll. U.M.I. Sez. A., Serie VIII,* Vol. VII-A, Dicembre 2004, 471-474.

Survey dei risultati ottenuti nella tesi di Ph.D. (in italiano).

[18] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. A singular limit problem for conservation laws related to the Camassa-Holm shallow water equation. *Commun. Partial Differ. Equations* **31** (2006) no. 8, 1253 - 1272.

Si mostra che è possibile approssimare una legge di conservazione con equazioni tipo Camassa-Holm viscose. Più precisamente si considera il problema di perturbazione singolare

$$u_t - \alpha u_{txx} + \Big(\frac{F(u)}{2}\Big)_x = 2\alpha u_x u_{xx} + \alpha u u_{xxx} + \varepsilon u_{xx} - \varepsilon\alpha u_{xxxx}, \quad t > 0, \ x \in \mathbb{R}.$$

Formalmente, mandando α e ε a 0, si ottiene la legge di conservazione

$$u_t + \Big(\frac{F(u)}{2}\Big)_x =, \quad t > 0, \ x \in \mathbb{R}.$$

Si prova che se $\alpha = \mathcal{O}(\varepsilon^4)$ allora le soluzioni del problema perturbato convergono a soluzioni deboli del problema imperturbato. Inoltre, se $\alpha = o(\varepsilon^4)$ queste convergono all'unica soluzione entropica della legge di conservazione.

[19] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On the well-posedness of the Degasperis-Procesi equation. *J. Funct. Anal.* **233** (2006) no. 1, 60-91.

Consideriamo l'equazione di Degasperis-Procesi,

$$u_t - u_{txx} + 4uu_x = 3u_x u_{xx} + u u_{xxx}, \qquad u(0,\cdot) = u_0, \tag{3}$$

questa descrive onde in regime di acque basse, ossia onde la cui lunghezza (d'onda) è molto più grande della profondità dell'acqua. Il nostro approccio consiste nel riscrivere l'equazione come il sistema ellittico-iperbolico

$$u_t + uu_x + P_x = 0, \qquad -P_{xx} + P = \frac{3}{2}u^2.$$

Quindi approssimare quest'ultimo aggiungendo una piccola viscosità

$$u_{\varepsilon,t} + u_\varepsilon u_{\varepsilon,x} + P_{\varepsilon,x} = \varepsilon u_{\varepsilon,xx}, \qquad -P_{\varepsilon,xx} + P_\varepsilon = \frac{3}{2}u_\varepsilon^2, \qquad \varepsilon > 0.$$

Proviamo quindi l'esistenza e la buona positura mostrando che la famiglia $\{u_\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ è compatta, che il limite è unico e dipende con continuità dal dato iniziale nel seguente caso $u_0 \in L^1(\mathbb{R}) \cap \mathrm{BV}(\mathbb{R})$. Inoltre, usando dei risultati di tipo compattezza compensata, proviamo l'esistenza di soluzioni anche nel cao in cui $u_0 \in L^2(\mathbb{R}) \cap L^4(\mathbb{R})$.

[20] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. A Semigroup of Solutions for the Degasperis-Procesi Equation. "WASCOM 2005"—13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media, 128–133, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2006.

Vengono completati i risultati ottenuti in [19] provando la buona positura di (3) nell'ambiente funzionale $L^2 \cap L^4$. L'sistenza era stata provata in [19], qui si prova l'unicità e la stabilità delle soluzioni del Problema di Cauchy (3) sotto l'ipotesi $u_0 \in L^2(\mathbb{R}) \cap L^4(\mathbb{R})$.

[21] M. Bendahmane, G. M. Coclite, and K. H. Karlsen. H^1-perturbations of smooth solutions for a weakly dissipative hyperelastic-rod wave equation. *Mediterr. J. Math.* **3** (2006) no. 3-4, 417-430.

Si cinsidera un'equazione per le onde in aste iperelastiche debolmente dissipative (o equazione dei Camassa–Holm debolmente dissipativa)

$$u_t - u_{txx} + 3uu_x + \delta u_{xx} = \gamma\big(2u_x u_{xx} + uu_{xxx}\big), \quad t > 0, \;\; x \in \mathbb{R},$$

dove $\gamma > 0$, $\delta \in \mathbb{R}$. Questa descrive onde nonlineari dispersive dissipative in aste iperelastiche comprimibili. Assegnata una soluzione regolare, proviamo l'esistenza di un semigruppo fortemente continuo di soluzioni deboli globali qualunque perturbazione iniziale in H^1 sia considerata. In particolare la nostra analisi descrive anche le supersonic solitary shock waves.

[22] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On the uniqueness of discontinuous solutions to the Degasperis-Procesi equation. *J. Differential Equations* **234** (2007) no. 1, 142-160.

In [19] abbiamo provato l'unicità delle soluzioni deboli per l'equazione di Degasperis-Procesi (3) soddisfacenti le diseguaglianze di entropia di Kruzkov. In questo articolo proviamo che una stima alla Oleinik del tipo

$$u_x(t,x) \leq K_T \left(1 + \frac{1}{t}\right) \qquad 0 < t \leq T, \;\; x \in \mathbb{R},$$

lavora allo stasso modo: la soluzione di un problema di Cauchy che la soddisfa è unica.

[23] G. M. Coclite and H. Holden. The Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Lineaire* **24** (2007) no. 5, 773-793.

Si considera una particella quantistica non relativistica che si muove in una aperto limitato $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ con frontiera regolare sotto l'azione di una forza esterna a corto raggio. Nel caso elettrostatico le soluzioni tipo onde stazionarie hanno la forma

$$\psi(t,x) = u(x)e^{-i\omega t}$$

dove u ha valori reali e $\omega \in \mathbb{R}$ è una costante. Formalmente u e il potenziale elettrico φ soddisfano il sistema

$$-\Delta u + \alpha\varphi u - \frac{1}{\beta}\delta_{x_0}u = \omega u, \quad -\Delta\varphi = u^2, \qquad \text{in } \Omega$$

con le condizioni al bordo

$$u = \varphi = 0, \qquad \text{su } \partial\Omega.$$

Si da una defizione rigorosa del problema e si mostra l'esistenza di una soluzione non banale quando α, $\beta > 0$ e ω è più grande del primo autovalore di $-\Delta$ su Ω.

[24] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Elliptic Perturbations for Hammerstein Equations with Singular Nonlinear Term. *Electron. J. Diff. Eqns.* **2006** (2006) no. 104, 1-23.

Si prova un risultato di esistenza per soluzioni positive della seguente equazione integrale di Hammerstein

$$u(x) = \int_\Omega K(x,y)g\big(y,u(y)\big)dy, \quad \text{per } x \in \Omega,$$

dove $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N > 1$, è un aperto limitato con frontiera regolare e si assume

($\mathcal{G}_1$) sia $g^*(y,s) := \sup_{s\le t} g(y,t) \in \mathbb{R}$, $(y,s) \in \Omega \times \mathbb{R}^*_+$, esistono $\phi_0 \in L^r(\Omega)$, $1 \le r \le +\infty$, e $p > 0$ tali che $0 \le g(y,s) \le \frac{\phi_0(y)}{s^p}$, $y \in \Omega$, $0 < s \le 1$;

($\mathcal{G}_2$) esistono $\mu_0 > 0$ e $\Omega_0 \subset \Omega$, $|\Omega_0| > 0$, tali che $\liminf_{s\to 0^+} \frac{g(y,s)}{s} \ge \mu_0$, uniformemente rispetto a $y \in \Omega_0$;

($\mathcal{K}_1$) $K \in W^{\frac{1}{q},q}(\Omega\times\Omega)$ con $1 < q < \infty$ e $q + r \le qr$;

($\mathcal{K}_2$) esistono $a(\cdot)$, $\eta(\cdot)$ misurabili e strettamente positive q.o. in Ω tali che

$$a(x)a(y) \le K(x,y);$$

$$\int_\Omega K(x,y)\eta(x)dx \le a(y);\ \eta \in L^{q'}(\Omega),\ q' := \frac{q}{q-1};\ \frac{\phi_0}{a^{p^*-1}} \in L^1(\Omega),\ p^* := \max\{p,1\};$$

($\mathcal{K}_3$) per ogni $n \in \mathbb{N}^*$, l'operatore $K : \phi \mapsto \int_\Omega K(\cdot,y)\phi(y)dy$ è compatto da $L^1(\Omega_n)$ in se, dove $\Omega_n := \big\{x \in \Omega \,|\, \frac{1}{n} \le a(x)\big\}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Il nostro argomento si basa sull'approssimare l'equazione con i seguenti problemi integro-differenziali ellittici

$$\begin{cases} -\varepsilon^\alpha \Delta u_\varepsilon(x) + u_\varepsilon(x) = \displaystyle\int_\Omega K(x,y)g\big(y,\varepsilon + u_\varepsilon(y)\big)dy & x \in \Omega, \\ u_\varepsilon(x) \ge 0 & x \in \Omega, \\ u_\varepsilon(x) = 0 & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

dove $\alpha > 0$. L'interesse per tale perturbazioni ellittiche è sia matematico che fisico. Le soluzioni di appartengono a $W^{2,q}(\Omega) \cap W^{1,q}_0(\Omega)$. La convergenza delle soluzioni dei problemi approssimanti rende più elementare l'elaborazione di schemi numerici robusti. Inoltre il tutto è coerente con l'interpretazione fluidodinamica dell'equazione integrale in Teoria delle Filtrazioni, la perturbazione $-\varepsilon^\alpha\Delta u_\varepsilon$ rappresenta una piccola viscosità.

Infine consideriamo il caso particolare in cui $K(x, y)$ è la funzione di Green di $-\Delta$ su Ω. Dimostriamo un risultato di esistenza un po' più generale di quelli noti sul problema di Dirichlet omogeneo semilineare con termine nonlineare dipendente dal reciproco della soluzione.

[25] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. Numerical schemes for computing discontinuous solutions of the Degasperis-Procesi equation. *IMA J. Numer. Anal.* **28** (2008) no. 1, 80-105.

In questo articolo vengono presentati ed analizzati diversi schemi numerici per le soluzioni discontinue dell'equazione di Degasperis-Procesi [19, 20, 22]

$$u_t - u_{txx} + 4uu_x = 3u_x u_{xx} + uu_{xxx}, \quad x \in \mathbb{R},\ 0 < t < T.$$

Siamo interessati al problema di Cauchy dove viene assegnato il dato u_0 al tempo $t = 0$: $u(0, x) = u_0(x)$. Formalmente l'equazione è equivalente al sistema ellittico-iperbolico

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2}\right)_x + P_x = 0, \qquad P - P_{xx} = \frac{3}{2}u^2,$$

che permette di definire le soluzioni entropiche del problema. Gli schemi numerici presentato in questo lavoro sono ispirati all'operator splitting. Questa approssimazione di splitting è definita come segue. Denotiamo con S_t^g la soluzione della legge di bilancio

$$v_t + \left(\frac{v^2}{2}\right)_x + g(x) = 0, \quad v(x, 0) = v_0(x),$$

i.e., ossia scriviamo la soluzione entropica $v(x, t)$ come $v(x, t) = S_t^g(u_0)(x)$. Quindi definiamo la successione di funzioni $\{u^n\}_{n\geq 0}$ per ricorrenza $u^0 := u_0$ e

$$u^n := S_{\Delta t}^{g_{n-1}}(u^{n-1}), \quad g_{n-1} := P_x^{n-1}, \quad P^{n-1} - P_{xx}^{n-1} = \frac{3}{2}\left(u^{n-1}\right)^2.$$

L'approssimazione ottenuta $u_{\Delta t} = u_{\Delta t}(x, t)$ si definisce come segue $u_{\Delta t}(\cdot, t) = u^n$ per $n\Delta t \leq t < (n+1)\Delta t$. Qui Δt è un piccolo parametro (il "time step"). Proviamo che $u_{\Delta t} \to u$ quando $\Delta t \to 0$ in una certa topologia ragionevole, e che u è la soluzione entropica del sistema ellittico-iperbolico. Inoltre, proviamo la convergenza di schemi numerici completamente discreti costruiti usando l'approccio di tipo splitting e gli schemi monotoni alle differenze finite per discretizzare la legge di bilancio e l'equazione ellittica per P_n.

[26] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Global Weak Solutions for a Shallow Water Equation. Hyperbolic problems: theory, numerics, applications, (Lyon, 2006), Eds: S. Benzoni-Gavage, D. Serre, 389-398, Springer, Berlin, 2008.

Consideriamo l'equazione

$$u_t - \alpha^2 u_{txx} + 2\omega u_x + 3uu_x + \gamma u_{xxx} = \alpha^2(2u_x u_{xx} + uu_{xxx}),$$

dove α, γ, ω sono costanti reali assegnate. Questa è stat introdotta per descrivere la propagazione di onde gravitazionali unidirezionali in regime di acque basse con fondale piatto, u

rappresenta la velocità del fluido. Poiché almeno formalmente essa è equivalente al sistema iperbolico ellittico

$$u_t + uu_x - \frac{\gamma}{\alpha^2}u_x + P_x = 0, \quad -\alpha^2 P_{xx} + P = \frac{\alpha^2}{2}u_x^2 + \Big(2\omega + \frac{\gamma}{\alpha^2}\Big)\, u + u^2,$$

usando un argomento simile a quello di [14] riusciamo a provare l'esistenza di soluzioni debili globali per il problema di Cauchy.

[27] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. A convergent finite difference scheme for the Camassa-Holm equation with general H^1 initial data. *SIAM J. Numer. Anal.* **46** (2008) no. 3, 1554-1579.

Viene proposto uno schema alle differenze finite per l'equazione di Camassa-Holm in cui si discretizza solo la variabile spaziale. Sul dato iniziale si suppone solo che sia in H^1. La struttura dello schema alle differenze è scelta in modo che soddisfi una stima sull'energia totale. Proviamo che lo schema converge fortemente in H^1 ad una soluzione debole dissipativa dell'equazione di Camassa-Holm.

[28] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Well-posedness of higher-order Camassa–Holm equations. *J. Differential Equations* **246** (2009) no. 3, 929-963.

Si considera un'equazione di Camassa-Holm di ordine elevato, questa descrive le curve esponenziali della varietà dei diffeomorfismi che preservano l'orientazione del cerchio unitario nel piano. Si prova l'esistenza di un semigruppo fortemente continuo di soluzioni deboli globali. Vengono presentati alcuni spazi invarianti sotto l'azione del semigruppo. Inoltre si prova un risultato di unicità "weak equals strong". Più precisamente consideriamo la struttura riemanniana indotta da H^2 sulle trasformazioni periodiche continue di S^1. Le curve esponenzilai $t \mapsto u(t,\cdot)$ soddisfano la seguente equazione

$$u_t - u_{txx} + u_{txxxx} + 3uu_x - 2u_xu_{xx} - uu_{xxx} + 2u_xu_{xxxx} + uu_{xxxxx} = 0,$$

che è equivalente al sistema iperbolico-ellittico

$$u_t + uu_x + P_x = 0, \quad P_{xxxx} - P_{xx} + P = u^2 + \frac{1}{2}u_x^2 - \frac{1}{2}u_{xx}^2 - 3\big(u_xu_{xx}\big)_x.$$

Nel caso la struttura riemanniana venga indotta dal L^2 da H^1 le equazioni per le curve esponenziali sono quella di Burgers e di Camassa-Holm rispettivamente.

[29] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Positive solutions for an integro-differential equation in all space with singular nonlinear term. *Discrete Contin. Dynam. Systems* **22** (2008) no. 4, 885-907.

Si prova un risultato di esistenza per soluzioni positive del seguente problema integro-differeziale ellittico

$$-\Delta u(x) = \int_\Omega K(x,y)g\big(y,u(y)\big)dz, \quad \text{per } y \in \mathbb{R}^N.$$

Miglioriamo i risultati di [15] in quanto l'insieme Ω non è necessariamente limitato e snelliamo le ipotesi si K richiedendo solo che appartenga a certi spazi con peso. Più precisamente assumiamo

($\mathcal{H}_1$) eistsono $1 \leq r < \infty$, $p > 0$ e $\phi_0 \in L^r((1 + |\cdot|)^{(N-2)p^*}, \Omega)$, $p^* = \max\{1, p\}$, tali che $0 \leq g(y, s) \leq \frac{\phi_0(y)}{s^p}$, $y \in \Omega$, $0 < s \leq 1$;

($\mathcal{H}_2$) esistono $\mu_0 > 0$ e $\Omega_0 \subset \Omega$, $|\Omega_0| > 0$, tali che

$$\liminf_{s \to 0^+} \frac{g(y, s)}{s} \geq \mu_0,$$

uniformemente rispetto ad $y \in \Omega_0$;

($\mathcal{H}_3$) per ogni $E \subset \mathbb{R}^N$ limitato $K \in L^q(E \times \Omega)$, $K(x, y) \geq 0$ dove $r + q \leq rq$,

$$0 < \int_{\mathbb{R}^N} \frac{K(x, y)}{(1 + |x|)^{N-2}} dx < \infty, \ \ y \in \mathbb{R}^N \ \ a.e., \qquad \int_{\Omega} dy \Big(\int_{\mathbb{R}^N} \frac{K(x, y)}{(1 + |x|)^{N-2}} dx \Big)^q < \infty.$$

Stabiliamo inoltre il comportamento asintotico della media sulle sfere della soluzione e del suo gradiente.

[30] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Discontinuous solutions for the Degasperis-Procesi equation. Symmetry and Perturbation Theory, (Otranto (Italy), 2007), Eds: G. Gaeta, R. Vitolo, S. Walcher, 247-248, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2008.

Sunto dei risulttati ottenuti in [19, 22].

[31] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability Estimates for Parabolic Problems with Wentzell boundary conditions. *J. Differential Equations* **245** (2008) no. 9, 2595-2626.

In questo articolo ci siamo occupati di stime per la stabilità del seguente problema parabolico con condizioni al contorno di tipo Wentzell boundary

$$\begin{cases} u_t = \operatorname{div}(\mathcal{A} \nabla u), & \text{in } (0, \infty) \times \Omega, \\ u(0, \cdot) = f, & \text{in } \Omega, \\ u_t + \beta \partial_\nu^{\mathcal{A}} u + \gamma u - q \beta \Delta_{\mathrm{LB}} u = 0, & \text{su } (0, \infty) \times \partial\Omega. \end{cases} \tag{4}$$

Tale problema di dati iniziali ed al contorno modellizza processi di diffusione del calore con una corgente sul bordo. Assumiamo che

i) $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N \geq 1$, è un insieme aperto limitato con frontiera C^2;

ii) $\mathcal{A} = \{a_{ij}\}_{ij} \in C^1(\overline{\Omega}; \mathbb{R}^{N \times N})$ è uniformemente ellittico, in particolare esistono due constanti $\alpha_1 \geq \alpha_0 > 0$ tali che $\alpha_0 |\xi|^2 \leq \langle \mathcal{A}(x) \xi, \xi \rangle \leq \alpha_1 |\xi|^2$, per ogni $x \in \overline{\Omega}$, $\xi \in \mathbb{R}^N$;

iii) $\beta, \gamma \in C(\partial\Omega)$ e $\beta_1 \geq \beta(x) \geq \beta_0 > 0$, $|\gamma(x)| \leq \gamma_1$, per qualche costante β_1, β_0, γ_1, e ogni $x \in \partial\Omega$;

iv) $0 \leq q < \infty$ è una costante assegnata;

v) Δ_{LB} è l'operatore di Laplace-Beltrami su $\partial\Omega$;

vi) $\partial_\nu^{\mathcal{A}}$ è la derivata conormale su $\partial\Omega$, ossia $\partial_\nu^{\mathcal{A}} u = \langle \mathcal{A} \nabla u, \nu \rangle = \sum_{ij} a_{ij} \partial_{x_i} u \nu_j$, dove ν è la normale unitaria uscente da $\partial\Omega$;

vii) $f \in H^1(\Omega)$; in merito alla traccia di f su $\partial\Omega$ assumiamo che $\nabla_\tau f \in L^2(\partial\Omega)$, dove ∇_τ è il gradiente tangenziale. Tutti i coefficienti sono supposti a valori reali.

Supponiamo di avere una successione di tali problemi

$$\begin{cases} u_{n,t} = \operatorname{div}(\mathcal{A}_n \nabla u_n), & \text{in } (0,\infty)\times\Omega, \\ u_n(0,\cdot) = f_n, & \text{in } \Omega, \\ u_{n,t} + \beta_n \partial_\nu^{\mathcal{A}_n} u_n + \gamma_n u_n - q_n \beta_n \Delta_{\mathrm{LB}} u_n = 0, & \text{on } (0,\infty)\times\partial\Omega, \end{cases}$$

per $n = 1, 2, ..$, dove le ipotesi *i)*,..., *viii)* valgono per $n \geq 1$. Se $\beta_n \to \beta_0$, $\gamma_n \to \gamma_0$, $\mathcal{A}_n \to \mathcal{A}_0$, e $f_n \to f_0$ uniformemente, e se $q_n \to q_0$ con $q_0 > 0$ oppure $q_n = 0$ per ogni n, allora $u_n(t,\cdot) \to u_0(t,\cdot)$ (in varie norme), uniformemente per t in intervalli limitati di $[0,\infty)$. Questo è stato provato usando il teorema di approssimazione di Neven-Trotter-Kato per semigruppi di operatori. mentre questo teorema da $\|u_n(t,\cdot) - u_0(t,\cdot)\| \to 0$ in norme opportune, non fornisce alcuna stima sulla velocità di convergenza del tipo $\|u_n(t,\cdot) - u_0(t,\cdot)\| \leq \omega_n(t)$, dove ω_n è una funzione esplicita che va a zero quando $n \to \infty$ (e.g., $\omega_n(t) = K(T)n^{-\delta(t)}$ dove $K(t)$ e $\delta(t)$ sono costanti positive e $0 \leq t \leq T < \infty$.)

Una stima di questo genere la si ottiene confrontando due equazioni come (4) ma con scelte diverse per $\mathcal{A}$, β, γ e q. A questo scopo confrontiamo (4) con il problema di dati iniziali ed al contorno

$$\begin{cases} v_t = \operatorname{div}(\mathcal{A}' \nabla v), & \text{in } (0,\infty)\times\Omega, \\ v(0,\cdot) = f', & \text{in } \Omega, \\ v_t + \beta' \partial_\nu^{\mathcal{A}} v + \gamma' v - q' \beta' \Delta_{\mathrm{LB}} v = 0, & \text{su } (0,\infty)\times\partial\Omega, \end{cases}$$

dove le ipotesi su $\mathcal{A}'$, β', γ', q', f' e $\mathcal{A}$, β, γ, q, f sono le stesse. Stimiamo la differenza $u - v$ nei due casi $[q \neq 0,\ q' \neq 0]$, $[q = q' = 0]$.

[32] G. M. Coclite, A. Favini, G. R. Goldstein, J. A. Goldstein, and S. Romanelli. Continuous dependence on the boundary conditions for the Wentzell Laplacian. *Semigroup Forum* **77** (2008) no. 1, 101-108.

Qui si provano risultati analoghi a quelli di [31] usando tecniche di semigruppi di operatori.

[33] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Bounded solutions for the Degasperis-Procesi equation. *Boll. Unione Mat. Ital. (9)* **1** (2008) no. 2, 439-453.

In [19] abbiamo provato la buona positura delle cosìdette soluzioni entropiche dell'equazione di Degasperis-Procesi (3) nella classe delle funzioni a variazione limitata. Qui proviamo un risultato analogo nella classe delle funzioni limitate. Una delle motivazioni è il principio di unicità provato in [22] basato su una stima tipo per le soluzioni L^∞ di (3). In questo articolo rifiniamo la stima tipo Oleinik di [19], che coinvolge la variazione totale del dato iniziale. In questo modo abbiamo la perfetta equivalenza tra la famiglia infinita di diseguaglianze entropiche e la one-side Lipshitz inequality.

[34] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. An explicit finite difference scheme for the Camassa-Holm equation. *Adv. Differ. Equ.* **13** (2008) no. 7-8, 681-732.

Alla luce di quanto provato in [27] proponiamo uno schema alle differenze finite per l'equazione di Camassa-Holm in cui si discretizzano entrambe le variabili t ed x. Come sopra sul dato iniziale si suppone solo che sia in H^1. La struttura dello schema alle differenze è scelta in modo che soddisfi una stima sull'energia totale. Proviamo che lo schema converge fortemente in H^1 ad una soluzione debole dissipativa dell'equazione di Camassa-Holm.

[35] G. M. Coclite and H. Holden. Erratum: The Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Lineaire* **25** (2008) no. 4, 833-836.

Correggiamo la dimostrazione di [23, Lemma 4.1].

[36] G. M. Coclite, A Favini, C. G. Gal, G. R. Goldstein, J. A. Goldstein, E. Obrecht, and S. Romanelli. The Role of Wentzell Boundary Conditions in Linear and Nonlinear Analysis. In: S. Sivasundaran. Advances in Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications. vol. 3, p. 279-292, Cambridge Scientific Publishers Ltd., Cambridge 2009.

Survey dei risultati di buona positura per problemi parabolici ed iperbolici con condizioni di Wentzell al contorno (cfr. [31, 32]).

[37] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability of Parabolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. *J. Differential Equations* **246** (2009) no. 6, 2434-2447.

Alla luce del risultato di stabilità ottenuto in [31], qui generalizziamo tali stime lavorando sul problema nonlineare

$$\begin{cases} u_t = \operatorname{div}(\mathcal{A}\nabla u), & \text{in } (0,\infty)\times\Omega, \\ u(0,\cdot) = f, & \text{in } \Omega, \\ u_t + \beta\partial_\nu^{\mathcal{A}} u + \gamma(x,u) - q\beta\Delta_{\mathrm{LB}} u = 0, & \text{su } (0,\infty)\times\partial\Omega, \end{cases}$$

dove la funzione γ è decrescente in u.

[38] G. M. Coclite and H. Holden. Ground States of the Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass: Existence and Asymptotics. *Discrete Contin. Dynam. Systems*, **27** (2010) no. 1, 117-132.

Sulla scia di [23], studiamo una particella quantistica carica cvhe si muove nel dominio $\Omega\subset\mathbb{R}^3$ con frontiera regolare sotto l'azione di un poteziale a corto raggio. Nel caso elettrostatico le onde stazionare hanno la forma

$$\psi(t,x) = u(x)e^{-i\omega t}$$

dove u ha valori reali e $\omega\in\mathbb{R}$ è costante. Formalmente u ed il potenziale elettrostatico φ soddisfano

$$\begin{aligned} -\Delta u + \alpha\varphi u - \beta\delta_{x_0} u = \omega u, \quad -\Delta\varphi &= u^2, \qquad \text{in } \Omega \\ u = \varphi &= 0, \qquad \text{su } \partial\Omega. \end{aligned}$$

La definizione prescisa del problema e l'esistenza di soluzioni deboli non banali quando α, $\beta > 0$ e ω più grande del più piccolo autovalore $-\Delta$ su Ω sono presenti in [23]. Qui introduciamo il convetto di ground state e proviamo che

1. per ogni $\beta > 0$, l'equazione ammette un groud state u_β;
2. esiste almeno una successione convergente nella famiglia $\{u_\beta\}_{\beta>0}$;
3. la successione convergente di ground states $\{u_\beta\}_{\beta>0}$ tende ad un ground state del problemaa problem

$$\begin{aligned} -\Delta u + \alpha\varphi u = \omega u, \quad -\Delta\varphi = u^2, &\qquad \text{in } \Omega \\ u = \varphi = 0, &\qquad \text{su } \partial\Omega. \end{aligned}$$

   che non ha più il potenziale a corto raggio x_0.

[39] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, S. Mishra, and N. H. Risebro. Convergence of vanishing viscosity approximations of 2×2 triangular systems of multi-dimensional conservation laws. *Boll. Unione Mat. Ital. (9)* **2** (2009) no. 2, 275-284.

In questo articolo proviamo l'esistenza di soluzioni deboli per il sistema di leggi di conservazioni nonlineari multidimensionali

$$\begin{cases} \partial u + \operatorname{div}(f(u)) = 0, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ \partial v + \operatorname{div}(g(u,v)) = 0, & x \in \mathbb{R}^N,\ t >, \\ u(x,0) = u_0(x),\ v(0,x) = v_0(x), & x \in \mathbb{R}^N, \end{cases}$$

studiando la seguente regolarizzazione viscosa

$$\begin{cases} \partial u_\varepsilon + \operatorname{div}(f(u_\varepsilon)) = \varepsilon\Delta u_\varepsilon, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ \partial v_\varepsilon + \operatorname{div}(g(u_\varepsilon, v_\varepsilon)) = \varepsilon\Delta v_\varepsilon, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ u_\varepsilon(x,0) = u_{0,\varepsilon}(x),\ v_\varepsilon(0,x) = v_{0,\varepsilon}(x), & x \in \mathbb{R}^N. \end{cases}$$

Il nostro risultato si basa su stime di tipo energia e sulla compattezza compensata.

[40] G. M. Coclite, S. Mishra, and N. H. Risebro. Convergence of an Engquist Osher scheme for a multidimensional triangular system of conservation laws. *Math. Comp.* **79** (2010), 71-94.

Seguendo quanto fatto nell'articolo precedente proviamo la convergenza di uno schema numerico di tipo Engquist Osher per il sistema di leggi di conservazioni nonlineari multidimensionali

$$\begin{cases} \partial u + \operatorname{div}(f(u)) = 0, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ \partial v + \operatorname{div}(g(u,v)) = 0, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ v(0,x) = v_0(x), & x \in \mathbb{R}^N. \end{cases}$$

[41] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and Y.-S. Kwon. Initial-boundary value problems for conservation laws with source terms and the Degasperis-Procesi equation. *J. Funct. Anal.* **257** (2009) no. 12, 3823-3857.

Consideriamo leggi di conservazione con termini di sorgente in un dominio limitato con condizioni di Dirichlet al bordo. Innanzitutto proviamo l'esistenza di tracce forti al bordo in modo da poter dare una definizione semplice di condizioni al bordo entropiche. Usando questa nozione, proviamo la buona positura delle soluzioni entropiche per il problemi di valori iniziali ed al contorno. L'argomento si basa sulla formulazione cinetica e il metodo della compattezza compensata. Infine, usiamo questi risultati per provare la buona positura in una classe di soluzioni discontinue per il problema di valori iniziali ed al contorno per l'equazione di Degasperis-Procesi [19], che è un'equazione dispersiva nonlineare del terzo ordine per le acque basse, che può essere scritta come una legge di conservazione nonlineare e sorgente nonlocale.

[42] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Stationary solutions for conservation laws with singular nonlocal sources. *J. Differential Equations* **248** (2010) no. 2, 229-251.

In questo articolo consideriamo una legge di conservazione stazionaria iperbolica con sorgente integrale contente un termine singolare nel'orgine. In molti modelli di gasdinamica e traffico stradale si hanno flussi o sorgenti dipendenti dal reciproco della densità: la nostra equazione è una regolarizzazione di tali modelli. Le ipotesi molto deboli sul nucleo integrale sono soddisfatte da molte funzioni di Green di operatori di problemi ellittici, in questi casi la nostra equazione è equivalente ad un sistema iperbolico-ellittico simile a quelli associati alle equazioni di Camassa-Holm, di Degasperis-Procesi e dei gas radianti. Noi lavoriamo sul problema di dati iniziali ed al contorno con condizioni di Dirichlet omogenee e proviamo l'esistenza di soluzioni deboli quasi ovunque positive.

[43] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Wellposedness of Nonlinear Parabolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. *Adv. Differ. Equ.* **16** (2011) no. 9-10, 895-916.

Alla luce dei risultati di stabilità ottenuti in [31, 37], qui generalizziamo tali stime lavorando sul problema nonlineare

$$\begin{cases} u_t + \operatorname{div}(F(u)) = \operatorname{div}(\mathcal{A}\nabla u), & \text{in } (0,\infty)\times\Omega, \\ u(0,\cdot) = f, & \text{in } \Omega, \\ u_t + \beta\partial_\nu^{\mathcal{A}} u + \gamma(x,u) - q\beta\Delta_{\mathrm{LB}} u = 0, & \text{su } (0,\infty)\times\partial\Omega, \end{cases}$$

dove la funzione γ è decrescente in u, mentre F è un campo vettoriale Lipshitziano.

[44] G. M. Coclite and M. Garavello. Vanishing Viscosity for Traffic on Networks. *SIAM J. Math. Anal.* **42** (2010) no. 4, 1761-1783.

Si considera l'approssimazione di vanishing viscosity del modello di traffico proposto da Lighthill, Whitham e Richards, su una rete composta da una singola giuntura con n strade entranti ed m uscenti. Proviamo che l'approssimazione parabolica ammette una soluzione e, quando la viscosità tende a zero, questa converge ad una soluzione del problema originale.

[45] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Conservation laws with singular nonlocal sources. *J. Differential Equations* **250** (2011) no. 10, 3831-3858.

Si generalizzano i risultati di [42] a problemi iperbolici dipendenti dal tempo.

[46] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On an initial-boundary value problem for the hyperelastic rod wave equation. *Adv. Differ. Equ.* **17** (2012) no. 1-2, 37-74.

Consideriamo l'equazione generalizzata delle onde per un'asta iperelastica (detta anche equazione di Camassa-Holm generalizzata),

$$\begin{cases} u_t - u_{txx} + \left(\dfrac{g(u)}{2}\right)_x = \gamma\big(2u_x u_{xx} + u u_{xxx}\big), & t > 0,\ x \in (0,1), \\ u(0,x) = u_0(x), & x \in (0,1), \\ u(t,0) = g_0(t),\ u_x(t,0) = h_0(t), & t > 0, \\ u(t,1) = g_1(t),\ u_x(t,1) = h_1(t), & t > 0, \end{cases}$$

questa descrive le onde dispersive nonlineari in un'asta iperelastica. Proviamo l'esistenza di soluzioni deboli globali per ogni dato iniziale in $u_0 \in H^1(0,1)$ e per ogni dato al bordo $g_0,\ g_1 \in H^1_{loc}(\mathbb{R})$, $h_0,\ h_1 \in L^\infty_{loc}(\mathbb{R})$. Inoltre proviamo un risultato di unicità del tipo "debole=forte" per questo tipo di soluzioni.

[47] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Hamiltonian Approximation of Entropy Solutions of the Burgers Equation. To appear on Proceedings HYP2010.

Consideriamo il problema di Cauchy per l'equazione di Burgers

$$\begin{cases} \partial_t u + u\partial_x u = 0, & t > 0,\ x \in \mathbb{R}, \\ u(0,x) = u_0(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{5}$$

dove sul dato iniziale assumiamo che

$$u_0 \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^\infty(\mathbb{R}). \tag{6}$$

Studiamo la convergenza delle soluzioni $v_{\varepsilon,\alpha}$ del sistema parabolico-ellittico

$$\begin{cases} \partial_t v_{\varepsilon,\alpha} + u_{\varepsilon,\alpha}\partial_x v_{\varepsilon,\alpha} = \varepsilon\partial^2_{xx} v_{\varepsilon,\alpha}, & t > 0,\ x \in \mathbb{R}, \\ v_{\varepsilon,\alpha} = u_{\varepsilon,\alpha} - \alpha\partial^2_{xx} u_{\varepsilon,\alpha}, & t > 0,\ x \in \mathbb{R}, \\ v_{\varepsilon,\alpha}(0,x) = u_{0,\varepsilon,\alpha}(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{7}$$

all'unica soluzione entropica di (5), quando $\varepsilon, \alpha \to 0$, dove $u_{0,\varepsilon,\alpha}$ è una approssimazione regolare di u_0. In altre parole consideriamo la convergenza della soluzione $u_{\varepsilon,\alpha}$ del problema parabolico

$$\begin{cases} \partial_t u_{\varepsilon,\alpha} - \alpha\partial^3_{txx} u_{\varepsilon,\alpha} + u_{\varepsilon,\alpha}\partial_x u_{\varepsilon,\alpha} \\ \qquad -\alpha u_{\varepsilon,\alpha}\partial^3_{xxx} u_{\varepsilon,\alpha} = \varepsilon\partial^2_{xx} u_{\varepsilon,\alpha} - \varepsilon\alpha\partial^4_{xxxx} u_{\varepsilon,\alpha}, & t > 0,\ x \in \mathbb{R}, \\ u_{\varepsilon,\alpha}(0,x) - \alpha\partial^2_{xx} u_{\varepsilon,\alpha}(0,x) = u_{0,\varepsilon,\alpha}(x), & x \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{8}$$

all'unica soluzione entropica di (5), quando $\varepsilon, \alpha \to 0$.

[48] D. Amadori and G. M. Coclite. A Note on Positive Solutions for Conservation Laws with Singular Source. Submitted.

Consideriamo il problema di Cauchy per la legge di conservazione scalare

$$\partial_t u + \partial_x f(u) = \frac{1}{g(u)}, \qquad t > 0,\, x \in \mathbb{R},$$

con $g \in C^1(\mathbb{R})$, $g(0) = 0$, $g(u) > 0$ per $u > 0$, ed assumiamo che il dato iniziale u_0 sia nonnegativo.

Proviamo l'esistenza di soluzioni entropiche che sono quasi ovunque positive, utilizziamo delle approssimanti paraboliche che conservano la positività della soluzione, e passiamo al limite usando la compattezza compensata. la difficoltà sta nella singolarità del termine di sorgente quando u diventa nulla.

Inoltre dimostriamo l'unicità e stabilità di tali soluzioni.

[49] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, S. Mishra, and N. H. Risebro. A hyperbolic-elliptic model of two-phase flow in porous media-existence of entropy solutions. *Int. J. Numer. Anal. Model.* **9** (2012) no. 3, 562-583.

Consideriamo il moto di un fluidi a due fasi in un mezzo poroso e proporre una versione modificata del modello sulla base di una regolarizzazione mediante un operatore di Helmholtz dell'equazione per la velocità di fase, la legge di Darcy. Mostriamo l'esistenza di soluzioni entropiche globali per questo modello con opportune ipotesi sulle condizioni al contorno. Presentiamo esperimenti numerici sulla distanza tra le soluzioni del modello tradizionale e quello modificato.

[50] G. M. Coclite and M. M. Coclite. On a Dirichlet problem in bounded domains with singular nonlinearity. Submitted.

In questo articolo si prova l'esistenza e regolarità di soluzioni positive per il problema di Dirichlet

$$-\Delta u = g(x,u), \quad \text{in } \Omega, \qquad u = 0, \quad \text{on } \partial\Omega,$$

dove $g(x,u)$ può essere singolare per $u \to 0^+$ e

$$0 \le g(x,u) \le \frac{\varphi_0(x)}{u^p} \quad \text{o} \quad 0 \le g(x,u) \le \varphi_0(x)\left(1 + \frac{1}{u^p}\right),$$

con

$$\varphi_0 \in L^m(\Omega), \qquad 1 \le m.$$

Non si suppone alcun tipo di monotonia su $g(x,\cdot)$, nè l'esistenza di sopra o sotto suluzioni.

[51] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability Estimates for Nonlinear Hyperbolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. Submitted.

Alla luce dei risultati di stabilità ottenuti in [31, 37, 43], qui generalizziamo tali stime lavorando sul problema nonlineare

$$\begin{cases} u_{tt} = \operatorname{div}(\mathcal{A}\nabla u) - \gamma(x, u_t), & \text{in } (0,\infty)\times\Omega, \\ u(0,\cdot) = f,\ u_t(0,\cdot) = g, & \text{in } \Omega, \\ u_{tt} + \beta\partial_\nu^{\mathcal{A}} u + c(x)u + \delta(x, u_t) - q\beta\Delta_{\mathrm{LB}} u = 0, & \text{on } (0,\infty)\times\partial\Omega. \end{cases}$$

dove le funzioni γ, δ sono decrescenti in u_t.

[52] A. Bressan, G. M. Coclite, and W. Shen. A Multi-dimensional Optimal Harvesting Problem with Measure Valued Solutions. Submitted.

Studiamo un problema di ottimizzazione sulla pesca in riserve marine, descritto da un'equazione ellittica con condizioni di Neumann al contorno e sorgente nonlineare

$$\begin{cases} -\Delta\varphi + \varphi\mu \ = \ g(x,\varphi) & x\in\Omega, \\ \nabla\varphi\cdot\mathbf{n} \ = \ 0 & x\in\partial\Omega. \end{cases}$$

Supponiamo che $\Omega\subset\mathbb{R}^N$ sia un dominio limitato connesso ed aperto con frontiera regolare e μ una misura di Radon nonnegativa. Inoltre, $g(x,\varphi) = f(x,\varphi)\,\varphi$, con $f : \overline{\Omega}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ regolare tale che $\partial_\varphi f(x,\varphi) < 0$, per ogni $(x,\varphi)\in\overline{\Omega}\times\mathbb{R}$, $f(x,\varphi)\geq 0$ se e solo se $\varphi < h(x)$, e $h:\overline{\Omega}\mapsto\mathbb{R}$ regolare nonnegaiva. Introduciamo il funzionale costo

$$J(\varphi,u) \ = \ \int_\Omega \varphi(x)u(x)dx - \Psi\left(\int_\Omega c(x)\,u(x)\,dx\right),$$

dove Ψ è nondecrescente, convessa e semicontinua inferiormente tale che $\Psi(0) = 0,\ \Psi'(0) = 1$. La misura μ descrive la strategia di pesca. È ragionevole assumere che soddisfi il vincolo

$$\int_{\overline{\Omega}} b(x)d\mu \leq 1,$$

per qualche $b(\cdot)$ nonnegativa.

Poiché la funzione costo ha crescita lineare, un controllo ottimo è trovato tra le strategie a valori misura. Nell'articolo proviamo anche risultati di esistenza ed unicità di soluzioni strettamente positive per il problema ellittico ed una diseguaglianza della media per funzioni subarminiche soddisfacenti condizioni di Neumann al bordo.

[53] G. M. Coclite, F. Gargano, and V. Sciacca. Analytic solutions and Singularity formation for the Peakon b-Family equations. To appear on *Acta Appl. Math.*

In questo articolo studiamo la buona positura della b-family equation in spazi di funzioni analitiche. Utilizzando il teorema astratto di Cauchy-Kowalewski proviamo che la b-family equation ammette un'unica soluzine analitica per tempi piccoli. Se inoltre il dato iniziale è analitico reale, appartiene a H^s con $s > 3/2$, e $u_0 - u_{0,xx}$ non cambia segno, proviamo che la nostra soluzione rimane analitica anche per tempi grandi. In fine , consideriamo il fenomeno della formazione di singolartà. Risolviamo queste equazioni usando i metodi spettrali. Quindi tracciamo le singolarità nel piano complesso stimando la velocità di decadimento dello spettro di Fourier. In questo modo possiamo seguire il processo di formazione della singolartà all'avvicinarsi delle singolarità del piano complesso all'asse reale.

14. Elenco delle Pubblicazioni

Tesi

[1] G. M. Coclite. Metodi Variazionali Applicati allo Studio delle Equazioni di Schrödinger-Maxwell. Graduate thesis, University of Bari (1999), supervisors: Prof. D. Fortunato, M. Lazzo.

[2] G. M. Coclite. Control Problems for Systems of Conservation Laws. Ph.D. thesis, S.I.S.S.A.-Trieste (2003), supervisor: Prof. A. Bressan, opponent: Prof. J.-M. Coron.

Articoli

[1] G. M. Coclite. A Multiplicity Result for the Nonlinear Schrödinger-Maxwell Equations. *Commun. Appl. Anal.* **7** (2003) no. 2-3, 417-423.

[2] G. M. Coclite. A Multiplicity Result for the Schrödinger-Maxwell Equations with Negative Potential. *Ann. Polon. Math.* **79** (2002), 21-30.

[3] A. Bressan and G. M. Coclite. On the Boundary Control of Systems of Conservation Laws. *SIAM J. Control Optim.* **41** (2002), no. 2, 607-622.

[4] F. Ancona and G. M. Coclite. On the Attainable set for Temple Class Systems with Boundary Controls. *SIAM J. Control Optim.* **43** (2005), no. 6, 2166-2190.

[5] G. M. Coclite and V. Georgiev. Solitary Waves for Maxwell-Schrödinger Equations. *Electron. J. Diff. Eqns.* **2004** (2004), no. 94, 1-31.

[6] G. M. Coclite, M. Garavello, and B. Piccoli. Traffic Flow on a Road Network. *SIAM J. Math. Anal.* **36** (2005), no. 6, 1862-1886.

[7] F. Ancona, A. Bressan, and G. M. Coclite. Some Results on the Boundary Control of Systems of Conservation Laws. Hyperbolic problems: theory, numerics, applications, (Pasadena, 2002), Eds: T. Y. Hou, E. Tadmor, 255-264, Springer, Berlin, 2003.

[8] G. M. Coclite. An Interior Estimate for a Nonlinear Parabolic Equation. *J. Math. Anal. Appl.* **284** (2003) no. 1, 49-63.

[9] G. M. Coclite and N. H. Risebro. Conservation Laws with Time Dependent Discontinuous Coefficients. *SIAM J. Math. Anal.* **36** (2005), no. 4, 1293-1309.

[10] G. M. Coclite and N. H. Risebro. Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi Equations with Discontinuous Coefficients. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* **4** (2007), no. 4, 771-795.

[11] G. M. Coclite and H. Holden. Stability of Solutions of Quasilinear Parabolic Equations. *J. Math. Anal. Appl.* **308** (2005) no. 1, 221-239.

[12] F. Ancona and G. M. Coclite. Exact controllability and stabilizability of linear hyperbolic systems with boundary controls. In preparation.

[13] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Wellposedness for a parabolic-elliptic system. *Discrete Contin. Dynam. Systems* **13** (2005) no. 3, 659-682.

[14] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Global weak solutions to a generalized hyperelastic-rod wave equation. *SIAM J. Math. Anal.* **37** (2005) no. 4, 1044-1069.

[15] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Positive solutions for an integro-differential equation with singular nonlinear term. *Differential Integral Equations* **18** (2005) no. 9, 1055-1080.

[16] F. Ancona and G. M. Coclite. On the boundary controllability of first order hyperbolic systems. *Nonlinear Anal.* **63** (2005) no. 5-7, 1955-1966.

[17] G. M. Coclite. Problemi di Controllo per Sistemi di Leggi di Conservazione. *Boll. U.M.I. Sez. A., Serie VIII,* Vol. VII-A, Dicembre 2004, 471-474.

[18] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. A singular limit problem for conservation laws related to the Camassa-Holm shallow water equation. *Commun. Partial Differ. Equations* **31** (2006) no. 8, 1253 - 1272.

[19] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On the well-posedness of the Degasperis-Procesi equation. *J. Funct. Anal.* **233** (2006) no. 1, 60-91.

[20] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. A Semigroup of Solutions for the Degasperis-Procesi Equation. "WASCOM 2005"—13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media, 128–133, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2006.

[21] M. Bendahmane, G. M. Coclite, and K. H. Karlsen. H^1-perturbations of smooth solutions for a weakly dissipative hyperelastic-rod wave equation. *Mediterr. J. Math.* **3** (2006) no. 3-4, 417-430.

[22] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On the uniqueness of discontinuous solutions to the Degasperis-Procesi equation. *J. Differential Equations* **234** (2007) no. 1, 142-160.

[23] G. M. Coclite and H. Holden. The Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Lineaire* **24** (2007) no. 5, 773-793.

[24] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Elliptic Perturbations for Hammerstein Equations with Singular Nonlinear Term. *Electron. J. Diff. Eqns.* **2006** (2006) no. 104, 1-23.

[25] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. Numerical schemes for computing discontinuous solutions of the Degasperis-Procesi equation. *IMA J. Numer. Anal.* **28** (2008) no. 1, 80-105.

[26] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Global Weak Solutions for a Shallow Water Equation. Hyperbolic problems: theory, numerics, applications, (Lyon, 2006), Eds: S. Benzoni-Gavage, D. Serre, 389-398, Springer, Berlin, 2008.

[27] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. A convergent finite difference scheme for the Camassa-Holm equation with general H^1 initial data. *SIAM J. Numer. Anal.* **46** (2008) no. 3, 1554-1579.

[28] G. M. Coclite, H. Holden, and K. H. Karlsen. Well-posedness of higher-order Camassa–Holm equations. *J. Differential Equations* **246** (2009) no. 3, 929-963.

[29] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Positive solutions for an integro-differential equation in all space with singular nonlinear term. *Discrete Contin. Dynam. Systems* **22** (2008) no. 4, 885-907.

[30] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Discontinuous solutions for the Degasperis-Procesi equation. Symmetry and Perturbation Theory, (Otranto (Italy), 2007), Eds: G. Gaeta, R. Vitolo, S. Walcher, 247-248, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2008.

[31] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability Estimates for Parabolic Problems with Wentzell boundary conditions. *J. Differential Equations* **245** (2008) no. 9, 2595-2626.

[32] G. M. Coclite, A. Favini, G. R. Goldstein, J. A. Goldstein, and S. Romanelli. Continuous dependence on the boundary conditions for the Wentzell Laplacian. *Semigroup Forum* **77** (2008) no. 1, 101-108.

[33] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Bounded solutions for the Degasperis-Procesi equation. *Boll. Unione Mat. Ital. (9)* **1** (2008) no. 2, 439-453.

[34] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and N. H. Risebro. An explicit finite difference scheme for the Camassa-Holm equation. *Adv. Differ. Equ.* **13** (2008) no. 7-8, 681-732.

[35] G. M. Coclite and H. Holden. Erratum: The Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Lineaire* **25** (2008) no. 4, 833-836.

[36] G. M. Coclite, A Favini, C. G. Gal, G. R. Goldstein, J. A. Goldstein, E. Obrecht, and S. Romanelli. The Role of Wentzell Boundary Conditions in Linear and Nonlinear Analysis. In: S. Sivasundaran. Advances in Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications. vol. 3, p. 279-292, Cambridge Scientific Publishers Ltd., Cambridge 2009.

[37] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability of Parabolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. *J. Differential Equations* **246** (2009) no. 6, 2434-2447.

[38] G. M. Coclite and H. Holden. Ground States of the Schrödinger–Maxwell system with Dirac mass: Existence and Asymptotics. *Discrete Contin. Dynam. Systems*, **27** (2010) no. 1, 117-132.

[39] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, S. Mishra, and N. H. Risebro. Convergence of vanishing viscosity approximations of 2×2 triangular systems of multi-dimensional conservation laws. *Boll. Unione Mat. Ital. (9)* **2** (2009) no. 2, 275-284.

[40] G. M. Coclite, S. Mishra, and N. H. Risebro. Convergence of an Engquist Osher scheme for a multidimensional triangular system of conservation laws. *Math. Comp.* **79** (2010), 71-94.

[41] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, and Y.-S. Kwon. Initial-boundary value problems for conservation laws with source terms and the Degasperis-Procesi equation. *J. Funct. Anal.* **257** (2009) no. 12, 3823-3857.

[42] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Stationary solutions for conservation laws with singular nonlocal sources. *J. Differential Equations* **248** (2010) no. 2, 229-251.

[43] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Wellposedness of Nonlinear Parabolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. *Adv. Differ. Equ.* **16** (2011) no. 9-10, 895-916.

[44] G. M. Coclite and M. Garavello. Vanishing Viscosity for Traffic on Networks. *SIAM J. Math. Anal.* **42** (2010) no. 4, 1761-1783.

[45] G. M. Coclite and M. M. Coclite. Conservation laws with singular nonlocal sources. *J. Differential Equations* **250** (2011) no. 10, 3831-3858.

[46] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. On an initial-boundary value problem for the hyperelastic rod wave equation. *Adv. Differ. Equ.* **17** (2012) no. 1-2, 37-74.

[47] G. M. Coclite and K. H. Karlsen. Hamiltonian Approximation of Entropy Solutions of the Burgers Equation. To appear on Proceedings HYP2010.

[48] D. Amadori and G. M. Coclite. A Note on Positive Solutions for Conservation Laws with Singular Source. Submitted.

[49] G. M. Coclite, K. H. Karlsen, S. Mishra, and N. H. Risebro. A hyperbolic-elliptic model of two-phase flow in porous media-existence of entropy solutions. *Int. J. Numer. Anal. Model.* **9** (2012) no. 3, 562-583.

[50] G. M. Coclite and M. M. Coclite. On a Dirichlet problem in bounded domains with singular nonlinearity. Submitted.

[51] G. M. Coclite, G. R. Goldstein, and J. A. Goldstein. Stability Estimates for Nonlinear Hyperbolic Problems with nonlinear Wentzell boundary conditions. Submitted.

[52] A. Bressan, G. M. Coclite, and W. Shen. A Multi-dimensional Optimal Harvesting Problem with Measure Valued Solutions. Submitted.

[53] G. M. Coclite, F. Gargano, and V. Sciacca. Analytic solutions and Singularity formation for the Peakon b-Family equations. To appear on *Acta Appl. Math.*

9 febbraio 2012 Giuseppe Maria Coclite